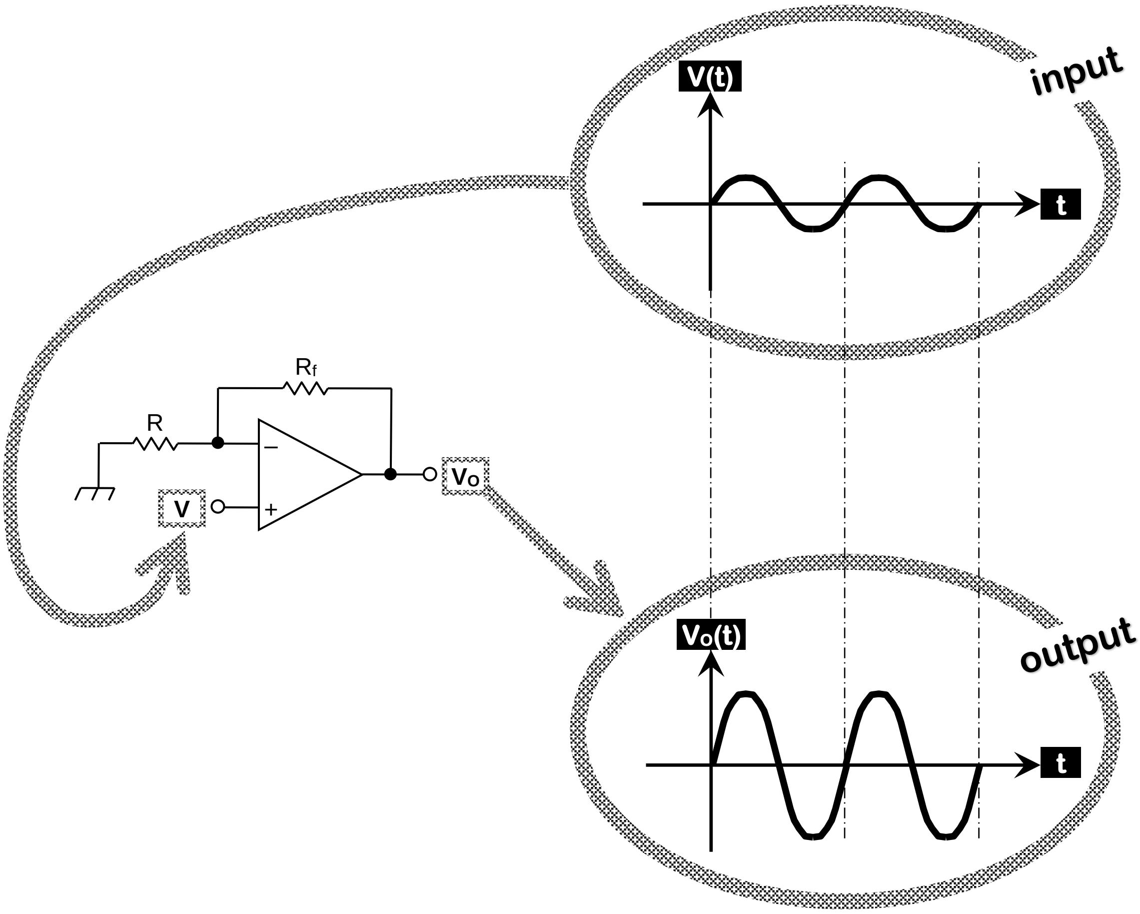
Elettronica 5

Capitolo 1

L'Amplificatore Operazionale e le sue applicazioni lineari



Prof. Giuseppe Di Michele --- fascicolo di 55 pagine --- ottobre 2021

Capitolo 1

L'Amplificatore Operazionale e le sue applicazioni lineari

Introduzione

L'amplificatore operazionale (che nel seguito indicheremo con la sigla AO) è un amplificatore differenziale reperibile sul mercato sotto forma di circuito integrato. E' utilizzato in moltissime applicazioni dell'elettronica, sia di segnale che di potenza. In questo capitolo analizzeremo le caratteristiche elettriche dell'AO e le applicazioni lineari basate su di esso.

Entrando più nel dettaglio, il testo che segue è organizzato nella maniera seguente.

A) Innanzi tutto presenteremo le principali caratteristiche dell'AO ideale riassunte nel seguente schema:

- PRINCIPALI CARATTERISTICHE DELL'AO IDEALE
  - Proprietà elettriche
    - Caratteristica di trasferimento
    - Resistenza d'ingresso infinita
    - Resistenza di uscita zero
    - Banda passante infinita
  - Limiti di funzionamento
    - Tensione di uscita
    - Corrente di uscita

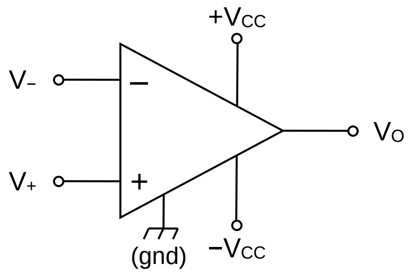
B) Successivamente indicheremo le principali applicazioni lineari dell'AO, ossia circuiti che comprendono al loro interno un AO ed elaborano il segnale (o i segnali) di ingresso in maniera lineare. I circuiti che presenteremo sono riassunti nel seguente schema:

- PRINCIPALI APPLICAZIONI LINEARI DELL'AO IDEALE
  - Circuiti amplificatori
    - Amplificatore invertente
    - Amplificatore non invertente
  - Circuiti amplificatori differenziali
    - Tipo standard
    - Tipo per strumentazione
    - Traslatore di tensione
  - Circuiti sommatori
    - Sommatore invertente
    - Sommatore non invertente
  - Circuiti derivatori
    - Derivatore standard
    - Derivatore limitato
  - Circuiti integratori
    - Integratore standard
    - Integratore limitato

C) Alla fine del capitolo si trovano le dimostrazioni di alcune formule presenti nel testo, e un quadro riassuntivo dei circuiti presentati con le relative formule notevoli.

1.1 -- Amplificatore Operazionale ideale

L'AO è un amplificatore differenziale il cui simbolo grafico è mostrato nella figura che segue:



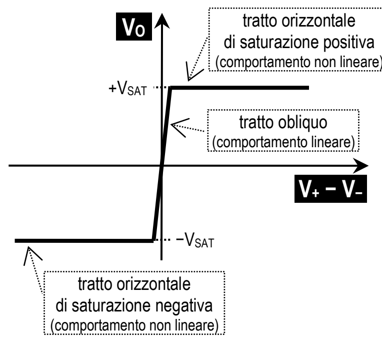
V_-	Tensione applicata all'ingresso invertente
V_+	Tensione applicata all'ingresso non invertente
V_O	Tensione fornita dall'uscita
$+V_{CC}$	Alimentazione positiva
$-V_{CC}$	Alimentazione negativa
gnd	massa

Le caratteristiche dell'AO ideale possono suddividersi in due gruppi: le *proprietà elettriche* e i *limiti di funzionamento*.

Proprietà elettriche

❶ Caratteristica statica di trasferimento.

La relazione che lega i due ingressi V_+ e V_- all'uscita V_O è detta *caratteristica statica di trasferimento*, ed è rappresentata nella figura a lato. Questo grafico si compone di un tratto obliquo passante per l'origine e di due tratti orizzontali raccordati con esso.



a) <u>Tratto obliquo</u>. Il tratto obliquo rappresenta il comportamento lineare dell'AO, ed è chiamato appunto *tratto lineare*. Esso è espresso dalla formula:

$$V_O = A \cdot (V_+ - V_-) \qquad con\ "A"\ tendente\ all'infinito.$$

Poichè questo tratto è quasi verticale, risulta sempre

$$(V_+ - V_-) \cong 0\ ;$$

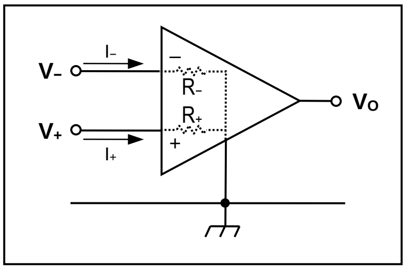
questo risultato è noto con il nome di *massa virtuale*.

b) <u>Tratti orizzontali</u>. I due tratti orizzontali rappresentano il comportamento non lineare dell'AO e sono chiamati *tratti di saturazione*. La presenza delle due saturazioni è giustificata dal fatto che la tensione di uscita V_O non può mai superare la tensione di alimentazione duale ($+V_{CC}$ e $-V_{CC}$) dell'AO, quindi come valore massimo può arrivare a $+V_{SAT}$ (saturazione positiva), e come valore minimo può arrivare a $-V_{SAT}$ (saturazione negativa). La tensione di saturazione V_{SAT} è indicata sui data-sheet del componente, ed è compresa tra l'80 e il 90% di V_{CC}.

Riassumendo si può dire che:

Nelle applicazioni lineari	➔	funzionamento nel tratto obliquo	quindi …	$V_+=V_-$ (massa virtuale)
Nelle applicazioni non lineari	➔	funzionamento nei due tratti orizzontali	quindi …	se $V_+>V_-$ ⇒ $V_O=+V_{SAT}$ se $V_->V_+$ ⇒ $V_O=-V_{SAT}$

❷ Resistenze di ingresso infinite ($R_+ \to \infty$ e $R_- \to \infty$).
Ciò comporta che le correnti di ingresso dell'AO (ossia I_+ e I_-) sono bassissime, teoricamente nulle.



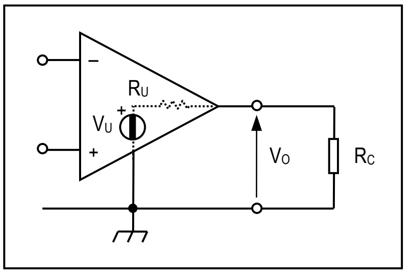
<u>Dimostrazione</u>. Osservando la figura a lato si trova che le correnti I_+ e I_- valgono:

$$I_+ = \frac{V_+}{R_+} \quad ; \quad I_- = \frac{V_-}{R_-} \; .$$

Poichè le resistenze R_+ e R_- hanno valore altissimo, segue che le formule di sopra si semplificano e diventano:

$$I_+ \cong 0 \quad ; \quad I_- \cong 0 \; .$$

❸ Resistenza di uscita zero ($R_U \to 0$).
Ciò comporta che se applichiamo all'uscita dell'AO un carico R_C, la tensione V_O applicata al carico è sempre uguale alla tensione di uscita V_U dell'AO indipendentemente dal valore del carico.



<u>Dimostrazione</u>. Osservando la figura a lato si trova che la tensione V_O vale:

$$V_O = V_U \cdot \frac{R_C}{R_U + R_C} \quad (regola\ del\ partitore) \; .$$

Poichè la resistenza R_U ha valore bassissimo, segue che la formula di sopra si semplifica e diventa:

$$V_O \cong V_U \; .$$

❹ Banda passante infinita.
Ciò comporta che la risposta ai segnali variabili (in particolare quelli sinusoidali) è priva di effetti reattivi, e quindi è sempre la stessa indipendentemente dalla frequenza.

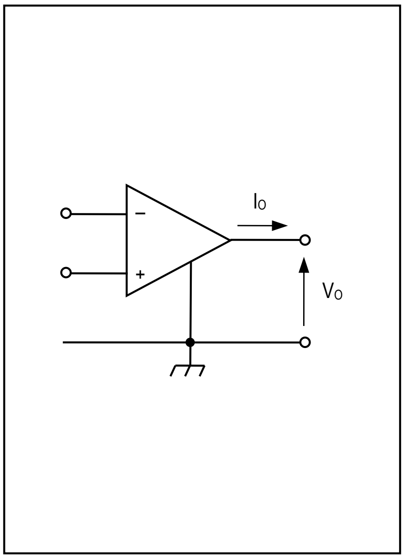
NOTA. Considerazioni sull'AO ideale. Queste proprietà, che rendono ideale il comportamento dell'AO, non sono mai soddisfatte completamente. Tuttavia l'odierna tecnologia ha messo a punto AO di altissima qualità, in cui gli scostamenti dalle condizioni ideali sono talmente piccoli da essere trascurabili. Per questo motivo in tutti i circuiti che presenteremo nel seguito considereremo gli AO sempre ideali.

Limiti di funzionamento

I limiti di funzionamento di un AO sono i seguenti:

❶ Relativamente alla tensione di uscita V_O.
La tensione di uscita V_O di un AO può essere positiva o negativa. Il suo modulo dipende dal tipo di funzionamento dell'AO. A tal proposito si possono presentare i due casi seguenti:

- Se l'AO si trova in regione lineare, allora il modulo di V_O è minore di V_{SAT}. In formule:
  $|V_O| < V_{SAT}$ *(dove V_{SAT}=80÷90% di V_{CC} - vedi data-sheet).*
- Se l'AO si trova in regione non lineare (ossia in saturazione positiva o negativa), allora il modulo di V_O è uguale a V_{SAT}. In formule:
  $|V_O| = V_{SAT}$ *(dove V_{SAT}=80÷90% di V_{CC} - vedi data-sheet).*



❷ Relativamente alla corrente di uscita I_O.
La corrente di uscita I_O di un AO può essere positiva o negativa. Il suo modulo deve essere sempre minore di un valore massimo indicato nei data-sheet. In formule:
$|I_O| < I_{O\_MAX}$ *(dove I_{O_MAX} è indicato nei data-sheet).*

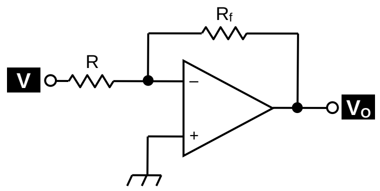
NOTA. Considerazioni sul calcolo della I_{O_MAX}. Nella progettazione di circuiti elettronici con AO occorre sempre controllare che non vengano superati i limiti di tensione e di corrente appena definiti. Tuttavia nei circuiti di segnale il controllo sulla corrente di uscita viene spesso omesso in quanto le correnti circolanti in questo tipo di circuito sono molto basse, e quindi il limite sulla corrente di uscita viene sempre soddisfatto.

1.2 -- Circuiti amplificatori

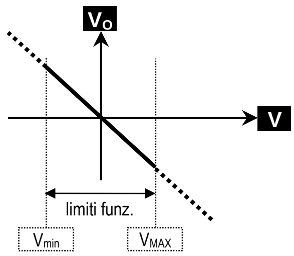
Il circuito amplificatore riceve in ingresso una tensione V e fornisce in uscita una tensione V_O proporzionale alla tensione V di ingresso. Di questo circuito ne presenteremo due versioni: la versione *invertente* e la versione *non invertente*.

Amplificatore invertente

Nell'amplificatore invertente la tensione di uscita V_O è proporzionale alla tensione di ingresso V, ma con segno opposto. La figura seguente mostra il circuito che realizza questa funzionalità. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.



Relazione I/O	$V_O = -\frac{R_f}{R} \cdot V$
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ — $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$
Parametri circuitali	*R_f -- R -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*
Parametri funzionali	*relazione I/O -- V_{min} -- V_{MAX}*



Analisi del circuito

- *Dimostrazione della relazione I/O.*

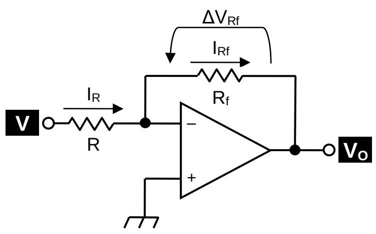
$$V \xrightarrow{A} I_R \xrightarrow{B} I_{Rf} \xrightarrow{C} \Delta V_{Rf} \xrightarrow{D} V_O$$

A) $I_R = \frac{V}{R}$

B) $I_{Rf} = I_R$ sostituendo: $I_{Rf} = \frac{V}{R}$

C) $\Delta V_{Rf} = R_f \cdot I_{Rf}$ sostituendo: $\Delta V_{Rf} = \frac{R_f}{R} \cdot V$

D) $V_O = -\Delta V_{Rf}$ sostituendo: $V_O = -\frac{R_f}{R} \cdot V$



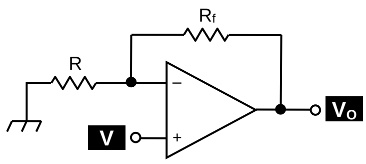
- *Corretto funzionamento.*
  Nell'utilizzare questo circuito occorre rispettare i limiti di funzionamento dell'AO funzionante in regime lineare. Questi limiti sono:
  $\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ — $\lvert I_O \rvert < I_{O_{MAX}}$.

NOTA. La versatilità dell'amplificatore invertente. Il circuito dell'amplificatore invertente è molto versatile, infatti può realizzare le seguenti funzioni:

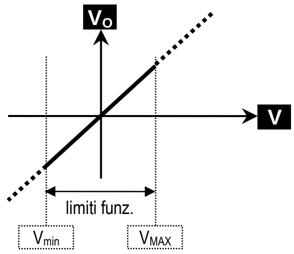
- se $R_f>R$ il guadagno (in valore assoluto) è maggiore di 1, quindi si ha un'inversione e un'amplificazione del segnale;
- se $R_f=R$ il guadagno (in valore assoluto) è uguale a 1, quindi si ha solo un'inversione del segnale;
- se $R_f<R$ il guadagno (in valore assoluto) è minore di 1, quindi si ha un'inversione e un'attenuazione del segnale.

Amplificatore non invertente

Nell'amplificatore non invertente la tensione di uscita V_O è proporzionale alla tensione di ingresso V e ne ha lo stesso segno. La figura seguente mostra il circuito che realizza questa funzionalità. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.



Relazione I/O	$V_O = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \cdot V$
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT} \quad - \quad \lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$
Parametri circuitali	*R_f -- R -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*
Parametri funzionali	*relazione I/O -- V_{min} -- V_{MAX}*



Analisi del circuito

- *Dimostrazione della relazione I/O.*

$$V \xrightarrow{A} V_- \xrightarrow{B} I_R \xrightarrow{C} I_{Rf} \xrightarrow{D} \Delta V_{Rf} \xrightarrow{E} V_O$$

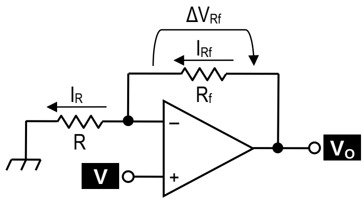
A) $V_- = V$

B) $I_R = \frac{V_-}{R}$ sostituendo: $I_R = \frac{V}{R}$

C) $I_{Rf} = I_R$ sostituendo: $I_{Rf} = \frac{V}{R}$

D) $\Delta V_{Rf} = R_f \cdot I_{Rf}$ sostituendo: $\Delta V_{Rf} = R_f \cdot \frac{V}{R}$

E) $V_O = V + \Delta V_{Rf}$ sostituendo: $V_O = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \cdot V$



- *Corretto funzionamento.*
  Nell'utilizzare questo circuito occorre rispettare i limiti di funzionamento dell'AO funzionante in regime lineare. Questi limiti sono:
  $\lvert V_O \rvert < V_{SAT} \quad - \quad \lvert I_O \rvert < I_{O_{MAX}}$.

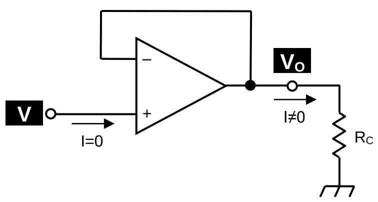
NOTA 1. Impossibilità di realizzare un attenuatore. L'amplificatore non invertente ha un guadagno sempre maggiore o uguale a 1, pertanto non permette di realizzare l'attenuazione del segnale di ingresso.

NOTA 2. Varianti circuitali. Se si verificano le due condizioni:
- $R = \infty$ (ossia circuito aperto),
- $R_f = 0$ (ossia circuito chiuso),

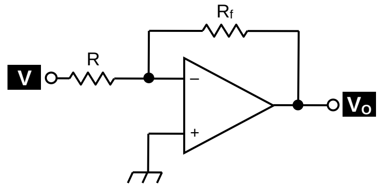
allora la relazione I/O del circuito diventa:

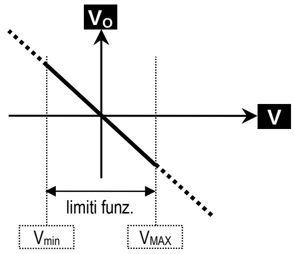
$$V_O = V \ .$$

Si ottiene così un amplificatore non invertente a guadagno unitario. Questo circuito è chiamato *inseguitore di tensione*. La sua utilità consiste nel fatto che l'impedenza di ingresso è infinita (il che comporta che la corrente di ingresso è zero), mentre l'impedenza di uscita è zero (il che comporta che la corrente di uscita uguale a quanto richiesto dal carico).



RICHIAMI DI TEORIA



Relazione I/O	$V_O = -\frac{R_f}{R} \cdot I$	
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ $-$ $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*R_f -- R -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O -- V_{min} -- V_{MAX}*	

Problema di analisi

Analizzare il seguente amplificatore invertente.	Dati V_{CC} = ±15 V_{SAT} = 90% di V_{CC} R_f = $100 \cdot 10^3$ R = $50 \cdot 10^3$	Quesiti 1) Relazione ingresso-uscita 2) Corretto funzionamento 3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Relazione ingresso-uscita.

1) $V_O = -\frac{R_f}{R} \cdot V$ $\quad \begin{cases} R_f = 100 \cdot 10^3 \ \ dato \\ R = 50 \cdot 10^3 \ \ dato \end{cases}$ ➔ $V_O = -2 \cdot V$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

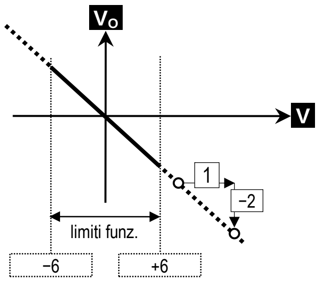
2) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \ \ dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

3) $|V_O| < V_{SAT}$ $\quad \begin{cases} V_O = -2 \cdot V \ \ calcolo \ 1 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \ \ calcolo \ 2 \end{cases}$ ➔ $|-2 \cdot V| < 13{,}5$

questa disequazione si trasforma nel sistema:

$\begin{cases} -2 \cdot V > -13{,}5 \\ -2 \cdot V < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene ➔ $\begin{cases} V > -6{,}75 \\ V < +6{,}75 \end{cases}$ da cui la scelta ➔ $\begin{cases} V_{min} = -6 \\ V_{MAX} = +6 \end{cases}$

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



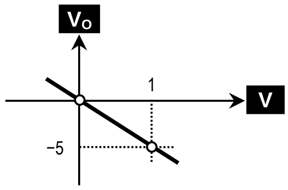
Problema di sintesi

Progettare un amplificatore invertente avente le seguenti caratteristiche.

Caratteristiche AO	Specifiche di progetto	Quesiti
V_{CC} = ±15 V	V = 0 → V_O = 0	1) Dimensionamento del circuito
V_{SAT} = 90% di V_{CC}	ΔV = 1 → ΔV_O = −5	2) Corretto funzionamento
		3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione ingresso-uscita indicata dalle specifiche di progetto:



da cui l'equazione ➔ $V_O = -5 \cdot V$

2) Relazione I/O offerta dal circuito: $V_O = -\frac{R_f}{R} \cdot V$

3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così la seguente equazione risolvente: $-\frac{R_f}{R} = -5$ risolvendo ➔ $\begin{cases} R_f = 5 \cdot 10^3 \quad scelta \\ R = 1 \cdot 10^3 \end{cases}$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

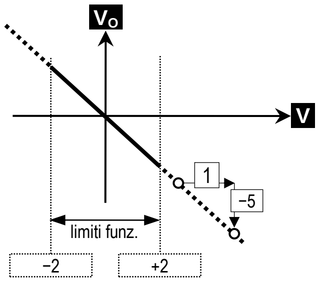
4) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \;\; dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

5) $|V_O| < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_O = -5 \cdot V \;\; calcolo \;\; 1 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \;\; calcolo \;\; 4 \end{bmatrix}$ ➔ $|-5 \cdot V| < 13{,}5$

questa disequazione si trasforma nel sistema:

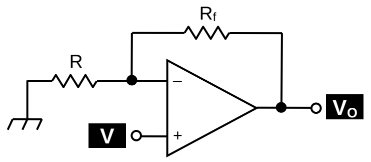
$\begin{cases} -5 \cdot V > -13{,}5 \\ -5 \cdot V < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene ➔ $\begin{cases} V > -2{,}7 \\ V < +2{,}7 \end{cases}$ da cui la scelta ➔ $\begin{cases} V_{min} = -2 \\ V_{MAX} = +2 \end{cases}$

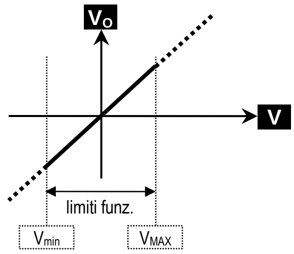
Quesito 3. Rappresentazione grafica.



Esercizi -- Amplificatore non invertente

RICHIAMI DI TEORIA



Relazione I/O	$V_O = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \cdot V$	
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ — $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	R_f -- R -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}	
Parametri funzionali	*relazione I/O* -- V_{min} -- V_{MAX}	

Problema di analisi

Analizzare il seguente amplificatore non invertente.

Dati
- V_{CC} = ±15
- V_{SAT} = 90% di V_{CC}
- R_f = $100 \cdot 10^3$
- R = $50 \cdot 10^3$

Quesiti
1) Relazione ingresso-uscita
2) Corretto funzionamento
3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Relazione ingresso-uscita.

1) $V_O = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \cdot V$ $\quad \begin{bmatrix} R_f = 100 \cdot 10^3 \ \ dato \\ R = 50 \cdot 10^3 \ \ dato \end{bmatrix}$ ➔ $V_O = 3 \cdot V$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

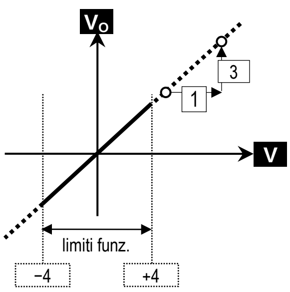
2) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \ \ dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

3) $\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_O = 3 \cdot V \ \ calcolo \ 1 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \ \ calcolo \ 2 \end{bmatrix}$ ➔ $\lvert 3 \cdot \mathrm{V} \rvert < 13{,}5$

questa disequazione si trasforma nel sistema:

$\begin{cases} 3 \cdot V > -13{,}5 \\ 3 \cdot V < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene → $\begin{cases} V > -4{,}5 \\ V < +4{,}5 \end{cases}$ da cui la scelta → $\begin{cases} \mathrm{V_{min}} = -4 \\ \mathrm{V_{MAX}} = +4 \end{cases}$

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



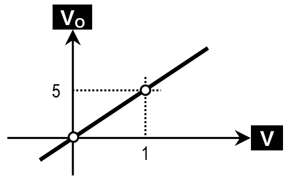
Problema di sintesi

Progettare un amplificatore non invertente avente le seguenti caratteristiche.

Dati dell'AO	Specifiche di progetto	Quesiti
V_{CC} = ±15	V = 0 → V_O = 0	1) Dimensionamento del circuito
V_{SAT} = 90% di V_{CC}	ΔV = 1 → ΔV_O = 5	2) Corretto funzionamento
		3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione ingresso-uscita indicata dalle specifiche di progetto:



da cui l'equazione ➔ $V_O = 5 \cdot V$

2) Relazione I/O offerta dal circuito: $V_O \;=\; \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \cdot V$

3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così la seguente equazione risolvente: $1 + \frac{R_f}{R} = 5$ risolvendo ➔ $\begin{cases} R_f = 4 \cdot 10^3 \quad scelta \\ R = 1 \cdot 10^3 \end{cases}$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

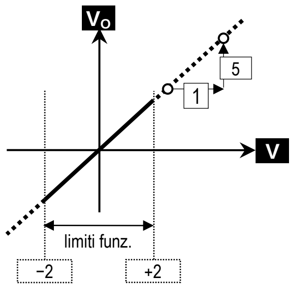
4) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \quad dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

5) $|V_O| < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_O = 5 \cdot V \quad calcolo\ 1 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \quad calcolo\ 4 \end{bmatrix}$ ➔ $|5 \cdot V| < 13{,}5$

questa disequazione si trasforma nel sistema:

$\begin{cases} 5 \cdot V > -13{,}5 \\ 5 \cdot V < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene ➔ $\begin{cases} V > -2{,}7 \\ V < +2{,}7 \end{cases}$ da cui la scelta ➔ $\begin{cases} V_{min} = -2 \\ V_{MAX} = +2 \end{cases}$

Quesito 3. Rappresentazione grafica.

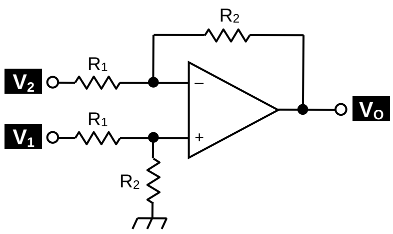


1.3 -- Circuiti amplificatori differenziali

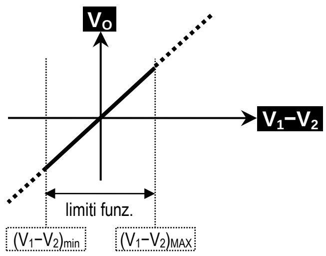
L’amplificatore differenziale riceve in ingresso due tensioni V_1 e V_2 e fornisce in uscita una tensione V_O proporzionale alla differenza ($V_1 - V_2$) delle tensioni di ingresso. Di questo circuito ne presenteremo due versioni: la versione *standard* e la versione *per strumentazione*.
Successivamente presenteremo una applicazione molto importante dell’amplificatore differenziale noto con il nome di *traslatore di tensione*.

Amplificatore differenziale standard

L’amplificatore differenziale standard è rappresentato nella figura seguente. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.

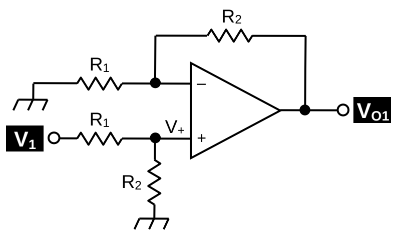


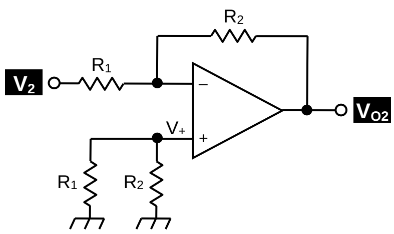
Relazione I/O	$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_1 - V_2)$
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT} \quad - \quad \lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$
Parametri circuitali	*R_1 -- R_2 -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*
Parametri funzionali	*relazione I/O -- $(V_1 - V_2)_{min}$ -- $(V_1 - V_2)_{MAX}$*



Analisi del circuito

- *Dimostrazione della relazione I/O.*
  Applicando il teorema di sovrapposizione degli effetti si ottiene quanto segue.
  A) Applichiamo la sola tensione V_1 (mentre V_2=0).
  La tensione V_+ vale:
  $$V_+ = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$
  quindi siamo di fronte ad un amplificatore non invertente per il quale vale la relazione:
  $$V_{O1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_+$$
  sostituendo il valore di V_+ appena trovato, e poi semplificando, si ottiene:
  $$V_{O1} = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$
  B) Applichiamo la sola tensione V_2 (mentre V_1=0).
  La tensione V_+ vale:
  $$V_+ = 0$$
  quindi siamo di fronte ad un amplificatore invertente per il quale vale la relazione:
  $$V_{O2} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_2$$
  C) Sommando gli effetti trovati nei punti A e B si ottiene:
  $$V_O = V_{O1} + V_{O2}$$ sostituendo e semplificando: $$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_1 - V_2) \; .$$

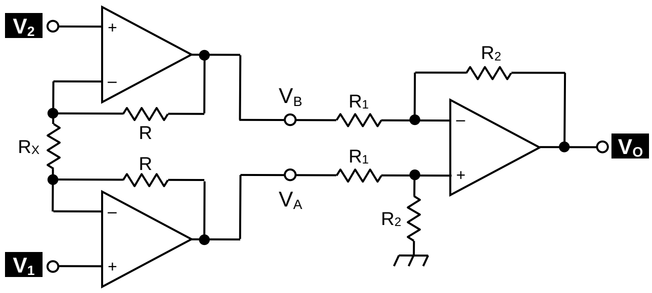


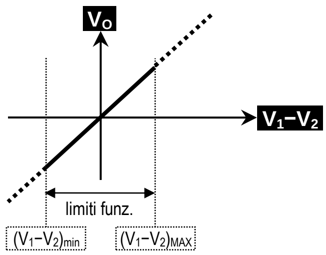


- *Corretto funzionamento.*
  Nell'utilizzare questo circuito occorre rispettare i limiti di funzionamento dell’AO funzionante in condizioni lineari. Questi limiti sono:
  $\lvert V_O \rvert < V_{SAT} \quad - \quad \lvert I_O \rvert < I_{O_{MAX}}$.

Amplificatore differenziale per strumentazione

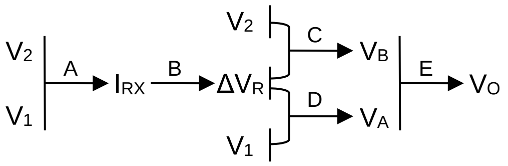
L'amplificatore differenziale per strumentazione ha la stessa relazione I/O di quello standard, ma a differenza di quello, non assorbe corrente dagli ingressi V_1 e V_2. La figura seguente mostra il circuito che realizza questa funzionalità. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.

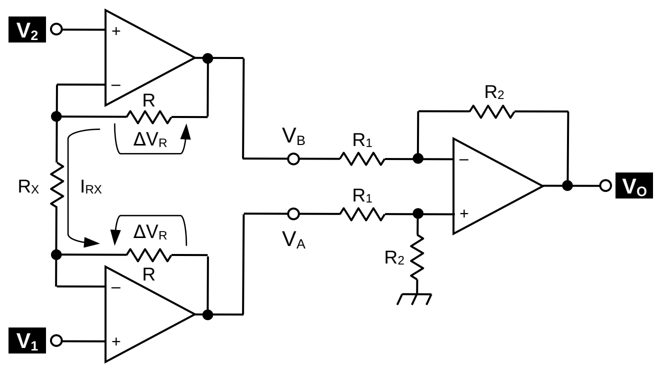


Relazione I/O	$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{2R}{R_X}\right) \cdot (V_1 - V_2)$	
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ – $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*R_1 -- R_2 -- R -- R_X -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O -- $(V_1-V_2)_{min}$ -- $(V_1-V_2)_{MAX}$*	

Analisi del circuito

- *Dimostrazione della relazione I/O.*
  Ipotizziamo $V_1 > V_2$.





A) Applicando la legge di Ohm alla resistenza R_X si ha:

$$I_{RX} = \frac{V_1 - V_2}{R_X}$$

B) Si calcola la tensione ΔV_R:

$\Delta V_R = R \cdot I_{RX}$ sostituendo: $\Delta V_R = R \cdot \frac{V_1 - V_2}{R_X}$

C) Si calcola la tensione V_B:

$V_B = V_2 - \Delta V_R$ sostituendo: $V_B = V_2 - \frac{R \cdot (V_1 - V_2)}{R_X}$

D) Si calcola la tensione V_A:

$V_A = V_1 + \Delta V_R$ sostituendo: $V_A = V_1 + \frac{R \cdot (V_1 - V_2)}{R_X}$

E) Adesso abbiamo di fronte un amplificatore differenziale standard per il quale vale la relazione:

$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_A - V_B)$ sostituendo: $V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left\{ \left[V_1 + \frac{R \cdot (V_1 - V_2)}{R_X} \right] - \left[V_2 - \frac{R \cdot (V_1 - V_2)}{R_X} \right] \right\}$

semplificando questa formula si ottiene:

$$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{2R}{R_X}\right) \cdot (V_1 - V_2) \quad .$$

Notiamo che se ipotizziamo $V_1 < V_2$ si ottiene lo stesso risultato.

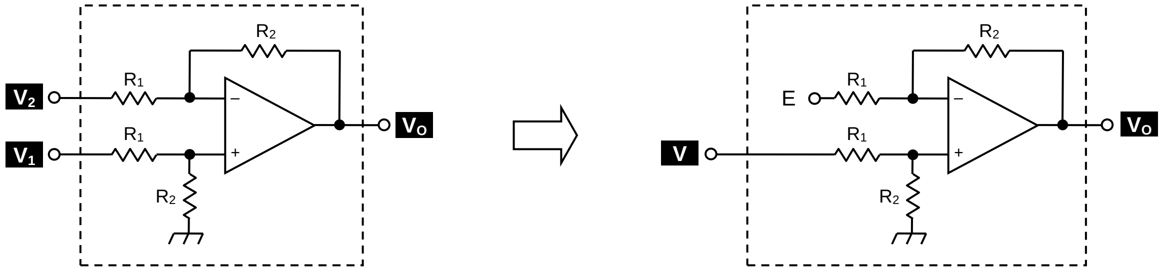
- *Corretto funzionamento.*
  Nell'utilizzare questo circuito occorre rispettare i limiti di funzionamento dell'AO funzionante in condizioni lineari. Questi limiti sono:
  $\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ – $\lvert I_O \rvert < I_{O_{MAX}}$.

Amplificatore differenziale utilizzato come traslatore di tensione

L'amplificatore differenziale può essere utilizzato come traslazione di tensione. Vi sono due tipi di traslatore di tensione: _di tipo diretto_ e _di tipo inverso_. Li analizziamo entrambi.

Traslatore di tensione di tipo diretto.

Il traslatore di tensione di tipo diretto è un amplificatore differenziale opportunamente modificato. La figura seguente ne mostra il circuito e le relative formule di dimensionamento.

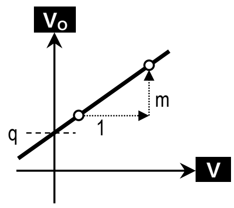


Amplificatore differenziale standard — Traslatore di tensione di tipo diretto

- la tensione di ingresso V_1 del differenziale diventa la tensione di ingresso V del traslatore di tensione;
- la tensione di ingresso V_2 del differenziale diventa una tensione di servizio (indicata con E);
- la tensione di uscita V_O del differenziale diventa la tensione di uscita V_O del traslatore di tensione.

Relazione I/O	$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot V - \frac{R_2}{R_1} \cdot E$
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ – $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$
Parametri circuitali	*R_1 -- R_2 -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*
Parametri funzionali	*relazione I/O -- V_{min} -- V_{MAX}*

grafico valido per E<0



Analisi del circuito

- *Dimostrazione della relazione I/O.*

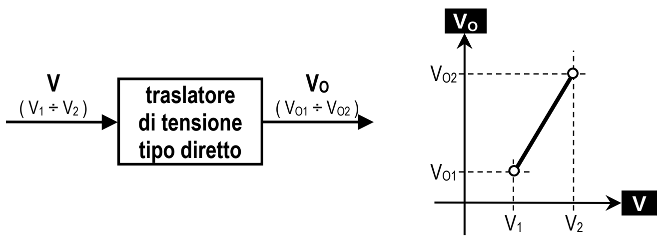
  In questa nuova configurazione, la relazione ingresso-uscita del circuito diventa:

  $V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_1 - V_2)$ ➔ $V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot V - \frac{R_2}{R_1} \cdot E$.

  Si riconosce facilmente che questa funzione rappresenta l'equazione di una retta del tipo $V_O = m \cdot V + q$ dove:

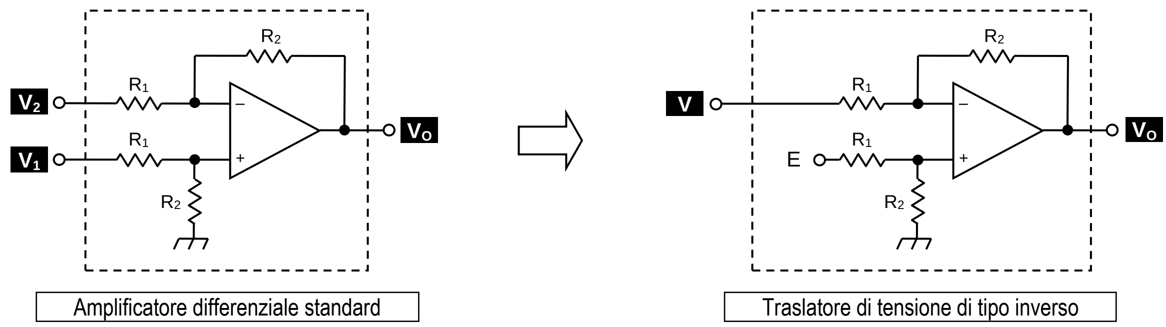
$m = \frac{R_2}{R_1}$	ossia ➔	coefficiente angolare *(ossia pendenza)* → positivo
$q = -\frac{R_2}{R_1} \cdot E$	ossia ➔	termine noto *(ossia intersezione con l'asse delle ordinate)* → segno opposto alla tensione E

NOTA. Importanza pratica del circuito.
Il traslatore di tensione di tipo diretto trasforma la tensione di ingresso V nella tensione di uscita V_O, in modo che se V aumenta (passando da V_1 a V_2), V_O aumenta anch'essa (passando da V_{O1} a V_{O2}). Un esempio del genere è rappresentato nella figura a fianco.



Traslatore di tensione di tipo inverso.

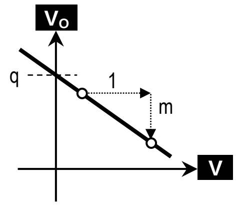
Il traslatore di tensione di tipo inverso è un amplificatore differenziale opportunamente modificato. La figura seguente ne mostra il circuito e le relative formule di dimensionamento.



- la tensione di ingresso V_2 del differenziale diventa la tensione di ingresso V del traslatore di tensione;
- la tensione di ingresso V_1 del differenziale diventa una tensione di servizio (indicata con E);
- la tensione di uscita V_O del differenziale diventa la tensione di uscita V_O del traslatore di tensione.

Relazione I/O	$V_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V + \frac{R_2}{R_1} \cdot E$
Corretto funzionamento	$\|V_O\| < V_{SAT}$ – $\|I_O\| < I_{O\_MAX}$
Parametri circuitali	*R_1 -- R_2 -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*
Parametri funzionali	*relazione I/O -- V_{min} -- V_{MAX}*

grafico valido per E>0



<u>Analisi del circuito</u>

- *Dimostrazione della relazione I/O.*

  In questa nuova configurazione, la relazione ingresso-uscita del circuito diventa:

  $V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_1 - V_2)$ ➔ $V_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V + \frac{R_2}{R_1} \cdot E$.

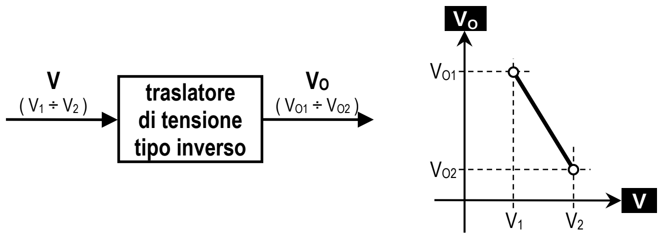
  Si riconosce facilmente che questa funzione rappresenta l'equazione di una retta del tipo $V_O = m \cdot V + q$ dove:

$m = -\frac{R_2}{R_1}$	ossia ➔	coefficiente angolare *(ossia pendenza)* → negativo
$q = \frac{R_2}{R_1} \cdot E$	ossia ➔	termine noto *(ossia intersezione con l'asse delle ordinate)* → stesso segno della tensione E

NOTA. Importanza pratica del circuito.

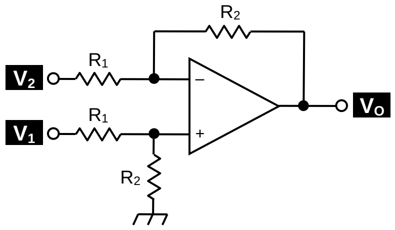
Il traslatore di tensione di tipo inverso trasforma la tensione di ingresso V nella tensione di uscita V_O, in modo che se V aumenta (passando da V_1 a V_2) V_O diminuisce (passando da V_{O1} a V_{O2}).

Un esempio del genere è rappresentato nella figura a fianco.

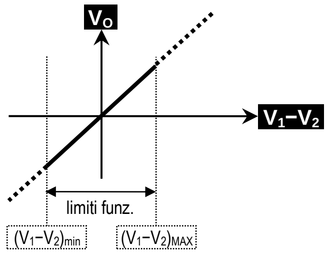


Esercizi -- Amplificatore differenziale standard

RICHIAMI DI TEORIA



Relazione I/O	$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_1 - V_2)$	
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ -- $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*R_1 -- R_2 -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O -- $(V_1 - V_2)_{min}$ -- $(V_1 - V_2)_{MAX}$*	



Problema di analisi

Analizzare il seguente amplificatore differenziale standard.

Dati			Quesiti
V_{CC}	=	±15	1) Relazione ingresso-uscita
V_{SAT}	=	90% di V_{CC}	2) Corretto funzionamento
R_2	=	$100 \cdot 10^3$	3) Rappresentazione grafica
R_1	=	$50 \cdot 10^3$	

Quesito 1. Relazione ingresso-uscita.

1) $V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_1 - V_2)$ $\quad \left[\begin{array}{l} R_2 = 100 \cdot 10^3 \;\; dato \\ R_1 = 50 \cdot 10^3 \;\; dato \end{array}\right.$ ➔ $V_O = 2 \cdot (V_1 - V_2)$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

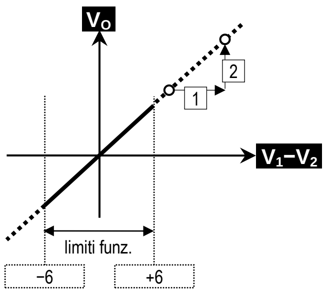
2) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \;\; dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

3) $\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ $\quad \left[\begin{array}{l} V_O = 2 \cdot (V_1 - V_2) \;\; calcolo\ 1 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \;\; calcolo\ 2 \end{array}\right.$ ➔ $\lvert 2 \cdot (V_1 - V_2) \rvert < 13{,}5$

questa disequazione si trasforma nel sistema:

$\begin{cases} 2 \cdot (V_1 - V_2) > -13{,}5 \\ 2 \cdot (V_1 - V_2) < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene ➔ $\begin{cases} (V_1 - V_2) > -6{,}75 \\ (V_1 - V_2) < +6{,}75 \end{cases}$ da cui la scelta ➔ $\begin{cases} (V_1 - V_2)_{min} = -6 \\ (V_1 - V_2)_{MAX} = +6 \end{cases}$

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



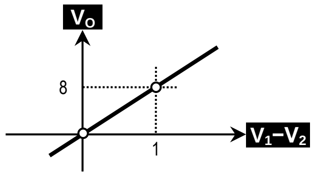
Problema di sintesi

Progettare un amplificatore differenziale standard avente le seguenti caratteristiche.

Dati dell'AO	Specifiche di progetto	Quesiti
V_{CC} = ±15	$(V_1-V_2)=0 \rightarrow V_O=0$	1) Dimensionamento del circuito
V_{SAT} = 90% di V_{CC}	$(V_1-V_2)=1 \rightarrow V_O=8$	2) Corretto funzionamento
		3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione ingresso-uscita indicata dalle specifiche di progetto:



da cui l'equazione ➔ $V_O = 8 \cdot (V_1 - V_2)$

2) Relazione ingresso-uscita offerta dal circuito: $V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_1 - V_2)$

3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così la seguente equazione risolvente: $\frac{R_2}{R_1} = 8$ risolvendo ➔ $\begin{cases} R_1 = 1 \cdot 10^3 \ \ scelta \\ R_2 = 8 \cdot 10^3 \end{cases}$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

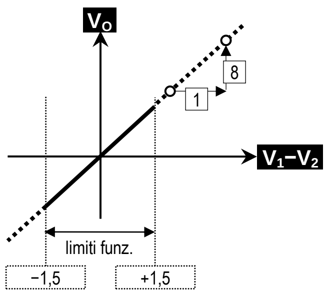
4) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \ \ dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

5) $|V_O| < V_{SAT}$ $\quad \begin{cases} V_O = 8 \cdot (V_1 - V_2) \ \ calcolo \ 1 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \ \ calcolo \ 4 \end{cases}$ ➔ $|8 \cdot (V_1 - V_2)| < 13{,}5$

questa disequazione si trasforma nel sistema:

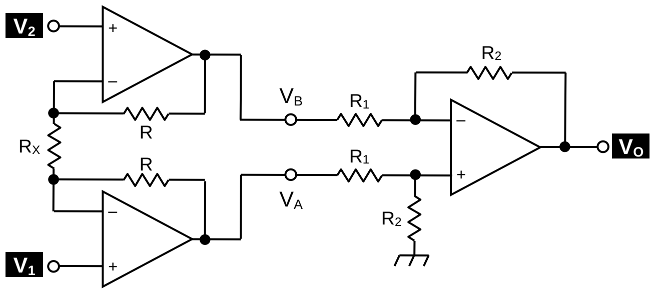
$\begin{cases} 8 \cdot (V_1 - V_2) > -13{,}5 \\ 8 \cdot (V_1 - V_2) < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene ➔ $\begin{cases} (V_1 - V_2) > -1{,}7 \\ (V_1 - V_2) < +1{,}7 \end{cases}$ da cui la scelta ➔ $\begin{cases} (V_1 - V_2)_{min} = -1{,}5 \\ (V_1 - V_2)_{MAX} = +1{,}5 \end{cases}$

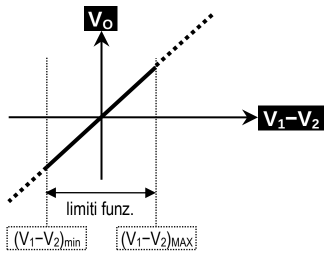
Quesito 3. Rappresentazione grafica.



Esercizi -- Amplificatore differenziale per strumentazione

RICHIAMI DI TEORIA



Relazione I/O	$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{2R}{R_X}\right) \cdot (V_1 - V_2)$	
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ — $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*R_1 -- R_2 -- R -- R_X -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O -- $(V_1-V_2)_{min}$ -- $(V_1-V_2)_{MAX}$*	

Problema di analisi

Analizzare il seguente amplificatore differenziale per strumentazione.

Dati			Quesiti
V_{CC}	=	±15	1) Relazione ingresso-uscita
V_{SAT}	=	90% di V_{CC}	2) Corretto funzionamento
R_2	=	$100 \cdot 10^3$	3) Rappresentazione grafica
R_1	=	$50 \cdot 10^3$	

Quesito 1. Relazione ingresso-uscita.

1) $V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{2R}{R_X}\right) \cdot (V_1 - V_2)$ $\quad \begin{bmatrix} R_2 = 100 \cdot 10^3 \;\; dato \\ R_1 = 50 \cdot 10^3 \;\; dato \\ R = 5 \cdot 10^3 \;\; dato \\ R_X = 10 \cdot 10^3 \;\; dato \end{bmatrix}$ ➔ $V_O = 4 \cdot (V_1 - V_2)$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

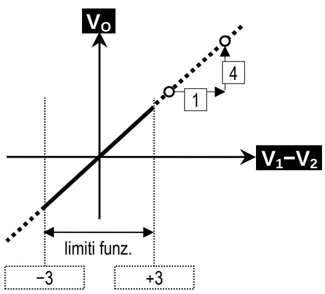
2) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \;\; dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

3) $|V_O| < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_O = 4 \cdot (V_1 - V_2) \;\; calcolo\ 1 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \;\; calcolo\ 2 \end{bmatrix}$ ➔ $|4 \cdot (V_1 - V_2)| < 13{,}5$

questa disequazione si trasforma nel sistema:

$\begin{cases} 4 \cdot (V_1 - V_2) > -13{,}5 \\ 4 \cdot (V_1 - V_2) < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene ➔ $\begin{cases} (V_1 - V_2) > -3{,}37 \\ (V_1 - V_2) < +3{,}37 \end{cases}$ da cui la scelta ➔ $\begin{cases} (V_1 - V_2)_{min} = -3 \\ (V_1 - V_2)_{MAX} = +3 \end{cases}$

Quesito 3. Rappresentazione grafica.

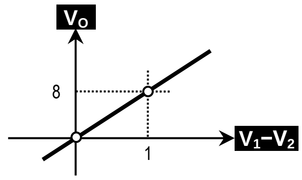


Problema di sintesi

Progettare un amplificatore differenziale per strumentazione avente le seguenti caratteristiche.	Dati dell'AO	Specifiche di progetto	Quesiti
	V_{CC} = ±15	$(V_1-V_2)=0 \rightarrow V_O=0$	1) Dimensionamento del circuito
	V_{SAT} = 90% di V_{CC}	$(V_1-V_2)=1 \rightarrow V_O=8$	2) Corretto funzionamento
			3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione ingresso-uscita indicata dalle specifiche di progetto:



da cui l'equazione ➔ $V_O = 8 \cdot (V_1 - V_2)$

2) Relazione ingresso-uscita offerta dal circuito: $V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{2R}{R_X}\right) \cdot (V_1 - V_2)$

3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così la seguente equazione risolvente: $\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{2R}{R_X}\right) = 8$ risolvendo ➔ $\begin{cases} R = 1 \cdot 10^3 \ \ scelta \\ R_X = 2 \cdot 10^3 \ \ scelta \\ R_1 = 1 \cdot 10^3 \ \ scelta \\ R_2 = 4 \cdot 10^3 \end{cases}$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

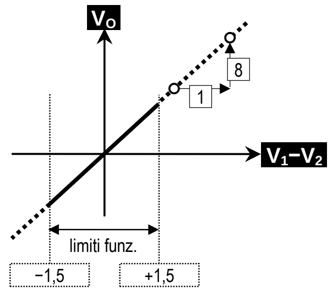
4) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \ \ dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

5) $|V_O| < \ V_{SAT}$ $\quad \begin{cases} V_O = 8 \cdot (V_1 - V_2) \ \ calcolo \ 2 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \ \ calcolo \ 4 \end{cases}$ ➔ $|8 \cdot (V_1 - V_2)| < 13{,}5$

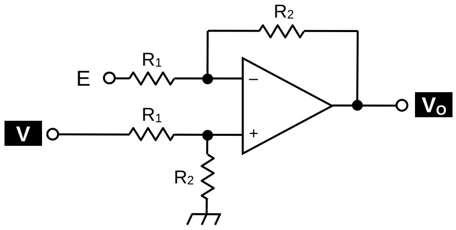
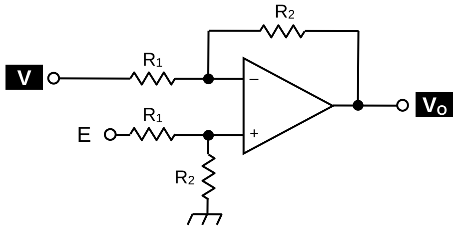
questa disequazione si trasforma nel sistema:

$\begin{cases} 8 \cdot (V_1 - V_2) > -13{,}5 \\ 8 \cdot (V_1 - V_2) < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene ➔ $\begin{cases} (V_1 - V_2) > -1{,}7 \\ (V_1 - V_2) < +1{,}7 \end{cases}$ da cui la scelta ➔ $\begin{cases} (V_1 - V_2)_{min} = -1{,}5 \\ (V_1 - V_2)_{MAX} = +1{,}5 \end{cases}$

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



Esercizi -- Amplificatore differenziale come traslatore di tensione

RICHIAMI DI TEORIA			
tipo diretto		tipo inverso	
			
Relazione I/O	$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot V - \frac{R_2}{R_1} \cdot E$	Relazione I/O	$V_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V + \frac{R_2}{R_1} \cdot E$
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ — $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ — $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$
Parametri circuitali	*R_1 -- R_2 -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	*Parametri circuitali*	*R_1 -- R_2 -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*
Parametri funzionali	*relazione I/O -- V_{min} -- V_{MAX}*	*Parametri funzionali*	*relazione I/O -- V_{min} -- V_{MAX}*

Problema di analisi

Analizzare il seguente traslatore di tensione di tipo diretto.	Dati V_{CC} = ±15 V_{SAT} = 90% di V_{CC} R_2 = $100 \cdot 10^3$ R_1 = $50 \cdot 10^3$ E = 2	Quesiti 1) Relazione ingresso-uscita 2) Corretto funzionamento 3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Relazione ingresso-uscita.

1) $V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot V - \frac{R_2}{R_1} \cdot E$ $\quad \begin{bmatrix} R_2 = 100 \cdot 10^3 \ \ dato \\ R_1 = 50 \cdot 10^3 \ \ dato \\ E = 2 \ \ dato \end{bmatrix}$ ➔ $V_O = 2 \cdot V - 4$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

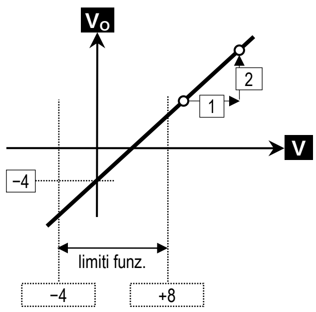
Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

2) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \ \ dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

3) $\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_O = 2 \cdot V - 4 \ \ calcolo \ 1 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \ \ calcolo \ 2 \end{bmatrix}$ ➔ $\lvert 2 \cdot V - 4 \rvert < 13{,}5$

questa disequazione si trasforma nel sistema:
$\begin{cases} 2 \cdot V - 4 > -13{,}5 \\ 2 \cdot V - 4 < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene ➔ $\begin{cases} V > -4{,}75 \\ V < +8{,}75 \end{cases}$ da cui la scelta ➔ $\begin{cases} V_{min} - 4 \\ V_{MAX} = +8 \end{cases}$

Quesito 3. Rappresentazione grafica.

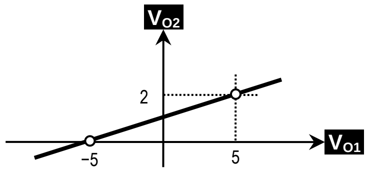


Problema di sintesi

Progettare un traslatore di tensione avente le seguenti caratteristiche.	Dati dell'AO V_{CC} = ±15 V_{SAT} = 90% di V_{CC}	Specifiche di progetto All'intervallo di tensione di ingresso V=(−5) ÷ (+5) deve corrispondere l'intervallo di uscita V_O=(0) ÷ (+2)	Quesiti 1) Dimensionamento del circuito 2) Corretto funzionamento 3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione ingresso-uscita indicata dalle specifiche di progetto:



da cui l'equazione ➔ $V_O = \frac{2}{10} \cdot V + 1$

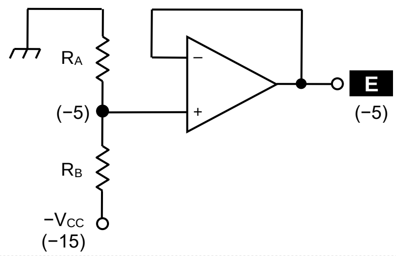
2) Relazione I/O offerta dal circuito: $V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot V - \frac{R_2}{R_1} \cdot E$

3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così il seguente sistema risolvente: $\begin{cases} \frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{10} \\ -\frac{R_2}{R_1} \cdot E = 1 \end{cases}$ risolvendo ➔ $\begin{cases} R_2 = 2 \cdot 10^3 \ \ scelta \\ R_1 = 10 \cdot 10^3 \\ E = -5 \end{cases}$

4) Circuito per ottenere la tensione di servizio E=−5.
La tensione E=−5 si ottiene tramite un partitore di tensione seguito da un inseguitore di tensione. L'inseguitore di tensione è necessario in quanto impedisce che ci sia prelievo di corrente dal partitore. Il dimensionamento delle resistenze è il seguente:

$\Delta V_{RA} = 5$ ➔ $R_A = 5 \cdot 10^3$

$\Delta V_{RB} = 10$ ➔ $R_B = 10 \cdot 10^3$



Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

5) Le specifiche richiedono che la tensione di uscita possa variare nell'intervallo V_O=[0 ÷ 2], pertanto siamo ampiamente nei limiti della tensione di uscita dell'amplificatore operazionale V_{SAT} (=90% di V_{CC}) = 13,5 .

Quesito 3. Rappresentazione grafica.

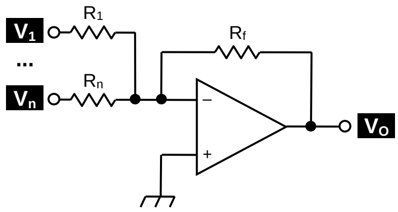
6) La rappresentazione grafica è stata già fatta al punto 1.

1.4 -- Circuiti sommatori

Il circuito sommatore riceve in ingresso n tensioni $V_1 \cdots V_n$ e fornisce in uscita una tensione V_O legata alla somma delle tensioni di ingresso, e il tipo di legame dipende dal circuito considerato. Di questo circuito ne presenteremo due versioni: il *sommatore invertente* e il *sommatore non invertente*.

Sommatore invertente

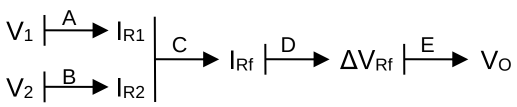
Il circuito sommatore invertente riceve in ingresso n tensioni ($V_1 \dots V_n$) e fornisce in uscita una tensione V_O somma delle tensioni di ingresso, ciascuna moltiplicata per un coefficiente negativo. La figura seguente mostra il circuito che realizza questa funzionalità. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.



Relazione I/O	$V_O = \left(-\frac{R_f}{R_1}\right) \cdot V_1 + \;\; \dots \;\; + \left(-\frac{R_f}{R_n}\right) \cdot V_n$	Per la rappresentazione grafica della relazione I/O occorrerebbe un grafico a più di 2 dimensioni.
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT} \quad - \quad \lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*$R_1 \dots R_n$ -- R_f -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O -- $(V_1-V_2)_{min}$ -- $(V_1-V_2)_{MAX}$*	

Analisi del circuito

- Dimostrazione *della relazione I/O.*
  Consideriamo per semplicità il caso di due soli ingressi, V_1 e V_2.



A) $I_{R1} = \frac{V_1}{R_1}$

B) $I_{R2} = \frac{V_2}{R_2}$

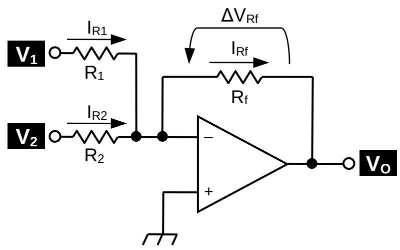
C) $I_{Rf} = I_{R1} + I_{R2}$ sostituendo: $I_{Rf} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}$

D) $\Delta V_{Rf} = R_f \cdot I_{Rf}$ sostituendo: $\Delta V_{Rf} = \left(\frac{R_f}{R_1} \cdot V_1 + \frac{R_f}{R_2} \cdot V_2\right)$

E) $V_O = -\Delta V_{Rf}$ sostituendo: $V_O = -\left(\frac{R_f}{R_1} \cdot V_1 + \frac{R_f}{R_2} \cdot V_2\right)$

Generalizzando ad un numero qualunque n di ingressi si ottiene:

$$V_O = \left(-\frac{R_f}{R_1}\right) \cdot V_1 + \;\; \dots \;\; + \left(-\frac{R_f}{R_n}\right) \cdot V_n \;\; .$$



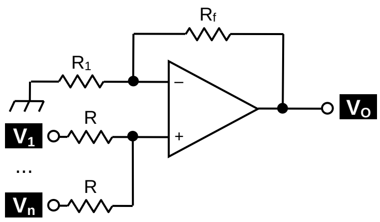
- *Corretto funzionamento.*
  Nell'utilizzare questo circuito occorre rispettare i limiti di funzionamento dell'AO in condizioni lineari. Questi limiti sono:
  $\lvert V_O \rvert < V_{SAT} \quad - \quad \lvert I_O \rvert < I_{O_{MAX}}$.

NOTA. Varianti circuitali. Questo circuito può avere le seguenti varianti.

1) Se $R_1 = \dots = R_n$ (valore comune che indichiamo con R) allora si ha:
   $$V_O = -\frac{R_f}{R} \cdot (V_1 + \cdots + V_n) \;\; .$$
   Quindi il circuito esegue la somma invertita, amplificata o attenuata, delle tensioni di ingresso.
2) Se $R_1 = \dots = R_n = R_f$ allora si ha:
   $$V_O = -(V_1 + \cdots + V_n) \;\; .$$
   Quindi il circuito esegue la somma invertita, pura, delle tensioni di ingresso.

Sommatore non invertente

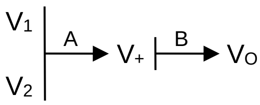
Il circuito sommatore non invertente riceve in ingresso n tensioni ($V_1 \cdots V_n$) e fornisce in uscita una tensione V_O proporzionale alla somma delle tensioni di ingresso. La figura seguente mostra il circuito che realizza questa funzionalità. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.



Relazione I/O	$V_O = \frac{1}{n} \cdot \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \cdot (V_1 + \cdots + V_n)$	Per la rappresentazione grafica della relazione I/O occorrerebbe un grafico a più di 2 dimensioni.
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ – $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*R_1 -- R_f -- R -- V_{CC} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O*	

Analisi del circuito

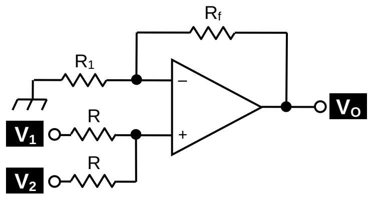
- *Dimostrazione della relazione I/O.*
  Consideriamo per semplicità il caso di due soli ingressi.



A) Calcoliamo il valore di V_+ applicando la sovrapposizione degli effetti.
   - La tensione V_+ dovuta alla presenza della sola V_1 vale: $V_{+(V1)} = \frac{1}{2} \cdot (V_1)$
   - La tensione V_+ dovuta alla presenza della sola V_2 vale: $V_{+(V2)} = \frac{1}{2} \cdot (V_2)$
   - Sommando si ottiene: $V_+ = \frac{1}{2} \cdot (V_1 + V_2)$

B) Conoscendo la tensione V_+, siamo di fronte ad un amplificatore non invertente. Applicando quindi il risultato offerto da quell'amplificatore si ottiene:
   $V_O = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \cdot V_+$ sostituendo: $V_O = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \cdot (V_1 + V_2)$.

Generalizzando ad un numero qualunque n di ingressi si ottiene:
$$V_O = \frac{1}{n} \cdot \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \cdot (V_1 + \cdots + V_n) \ .$$



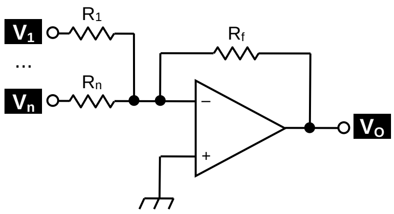
- *Corretto funzionamento.*
  Nell'utilizzare questo circuito occorre rispettare i limiti di funzionamento dell'AO in condizioni lineari. Questi limiti sono:
  $\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ – $\lvert I_O \rvert < I_{O_{MAX}}$.

NOTA. Varianti circuitali. Questo circuito ha le seguenti varianti.

1) Se $R_1=\infty$ (circuito aperto) oppure $R_f=0$ (circuito chiuso), allora si ha:
   $$V_O = \frac{1}{n} \cdot (V_1 + \cdots + V_n) \ .$$
   Quindi il circuito esegue la media delle tensioni di ingresso.
2) Se $(1+R_f / R_1) = n$ allora si ha:
   $$V_O = (V_1 + \cdots + V_n) \ .$$
   Quindi il circuito esegue la somma pura delle tensioni di ingresso.

Esercizi -- Sommatore invertente

RICHIAMI DI TEORIA



Relazione I/O	$V_O = \left(-\frac{R_f}{R_1}\right) \cdot V_1 + \ \ldots\ + \left(-\frac{R_f}{R_n}\right) \cdot V_n$	Poichè la relazione ingresso-uscita è del tipo molti-uno, per la sua rappresentazione grafica occorre uno spazio a più dimensioni, e quindi non può essere rappresentato su un piano.
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT} \quad - \quad \lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*$R_1 \ldots R_n$ -- R_f -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O*	

Problema di analisi

Analizzare il seguente sommatore invertente.

Dati
- 2 ingressi
- V_{CC} = ±15
- V_{SAT} = 90% di V_{CC}
- R_f = $100 \cdot 10^3$
- R_1 = $50 \cdot 10^3$
- R_2 = $25 \cdot 10^3$

Quesiti
1) Relazione ingresso-uscita
2) Corretto funzionamento
3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Relazione ingresso-uscita.

1) $V_O = -\frac{R_f}{R_1} \cdot V_1 - \frac{R_f}{R_2} \cdot V_2$ $\quad \begin{bmatrix} R_f = 100 \cdot 10^3 \ \ dato \\ R_1 = 50 \cdot 10^3 \ \ dato \\ R_2 = 25 \cdot 10^3 \ \ dato \end{bmatrix}$ ➔ $V_O = -0{,}5 \cdot V_1 - 0{,}25 \cdot V_2$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

Poichè la relazione ingresso-uscita è del tipo molti-uno, può essere definito solo il limite relativo alla tensione di uscita $|V_O|<V_{SAT}$, ma non quelli relativi alle singole tensioni di ingresso.

Quesito 3. Rappresentazione grafica.

Poichè la relazione ingresso-uscita è del tipo molti-uno, per la sua rappresentazione grafica occorre uno spazio a più dimensioni, e quindi non può essere rappresentato su un piano.

Problema di sintesi

Progettare un sommatore invertente avente le seguenti caratteristiche.	Dati dell'AO	Specifiche di progetto	Quesiti
	V_{CC} = ±15	Si vuole realizzare la funzione:	1) Dimensionamento del circuito
	V_{SAT} = 90% di V_{CC}	$V_O = -3 \cdot V_1 - 5 \cdot V_2$	2) Corretto funzionamento
			3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione I/O indicata dalle specifiche di progetto: $V_O = -3 \cdot V_1 - 5 \cdot V_2$

2) Relazione I/O offerta dal circuito: $V_O = -\frac{R_f}{R_1} \cdot V_1 - \frac{R_f}{R_2} \cdot V_2$

3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così il seguente sistema risolvente: $\begin{cases} \frac{R_f}{R_1} = 3 \\ \frac{R_f}{R_2} = 5 \end{cases}$ risolvendo ➔ $\begin{cases} R_f = 15 \cdot 10^3 \; scelta \\ R_1 = 5 \cdot 10^3 \\ R_2 = 3 \cdot 10^3 \end{cases}$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

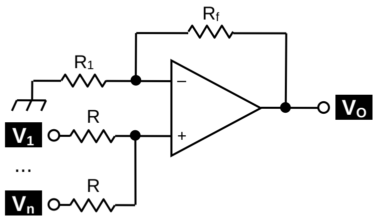
Poichè la relazione ingresso-uscita è del tipo molti-uno, può essere definito solo il limite relativo alla tensione di uscita $|V_O|<V_{SAT}$, ma non quelli relativi alle singole tensioni di ingresso.

Quesito 3. Rappresentazione grafica.

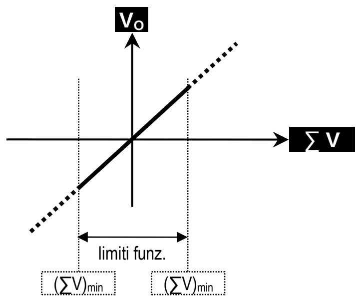
Poichè la relazione ingresso-uscita è del tipo molti-uno, per la sua rappresentazione grafica occorre uno spazio a più dimensioni, e quindi non può essere rappresentato su un piano.

Esercizi -- Sommatore non invertente

RICHIAMI DI TEORIA



Relazione I/O	$V_O = \frac{1}{n} \cdot \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \cdot (V_1 + \cdots + V_n)$
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ -- $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$
Parametri circuitali	*R_1 -- R_f -- R -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*
Parametri funzionali	*relazione I/O -- $(\sum V)_{min}$ -- $(\sum V)_{MAX}$*



Problema di analisi

Analizzare il seguente sommatore non invertente.

Dati	Quesiti
2 ingressi	1) Relazione ingresso-uscita
V_{CC} = ±15	2) Corretto funzionamento
V_{SAT} = 90% di V_{CC}	3) Rappresentazione grafica
R_f = $100 \cdot 10^3$	
R_1 = $50 \cdot 10^3$	

Quesito 1. Relazione ingresso-uscita.

1) $V_O = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \cdot (V_1 + V_2)$ $\quad \begin{bmatrix} R_f = 100 \cdot 10^3 \ \ dato \\ R_1 = 50 \cdot 10^3 \ \ dato \end{bmatrix}$ ➔ $V_O = 1{,}5 \cdot (V_1 + V_2)$

Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

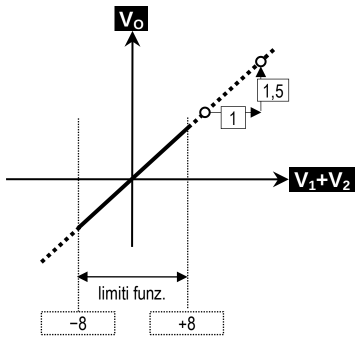
2) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \ \ dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

3) $\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_O = 1{,}5 \cdot (V_1 + V_2) \ \ calcolo\ 1 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \ \ calcolo\ 2 \end{bmatrix}$ ➔ $\lvert 1{,}5 \cdot (V_1 + V_2) \rvert < 13{,}5$

questa disequazione si trasforma nel sistema:

$\begin{cases} 1{,}5 \cdot (V_1 + V_2) > -13{,}5 \\ 1{,}5 \cdot (V_1 + V_2) < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene ➔ $\begin{cases} (V_1 + V_2) > -9 \\ (V_1 + V_2) < +9 \end{cases}$ da cui la scelta ➔ $\begin{cases} (V_1 + V_2)_{min} = -8 \\ (V_1 + V_2)_{MAX} = +8 \end{cases}$

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



Problema di sintesi

Progettare un sommatore non invertente avente le seguenti caratteristiche.	Dati dell'AO	Specifiche di progetto	Quesiti
	V_{CC} = ±15	Si vuole realizzare la funzione:	1) Dimensionamento del circuito
	V_{SAT} = 90% di V_{CC}	$V_O = 3 \cdot (V_1 + V_2)$	2) Corretto funzionamento
			3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione I/O indicata dalle specifiche di progetto: $V_O = 3 \cdot (V_1 + V_2)$

2) Relazione I/O offerta dal circuito: $V_O = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \cdot (V_1 + V_2)$

3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così la seguente equazione risolvente: $\frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) = 3$ risolvendo ➔ $\begin{cases} R_f = 1 \cdot 10^3 \quad scelta \\ R_1 = 200 \end{cases}$

4) Il valore di R non è critico, infatti non appare nella formula ingresso→uscita. Si può scegliere $R = 1 \cdot 10^3$.

Quesito 2. Corretto funzionamento.

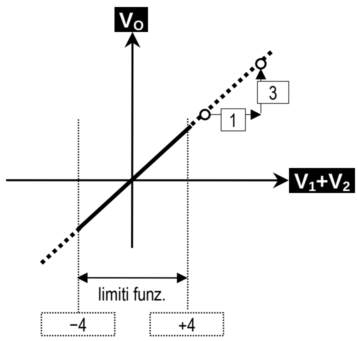
Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

5) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \ \ dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

6) $|V_O| < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_O = 3 \cdot (V_1 + V_2) \ \ calcolo\ 1 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \ \ calcolo\ 5 \end{bmatrix}$ ➔ $|3 \cdot (V_1 + V_2)| < 13{,}5$

questa disequazione si trasforma nel sistema:
$\begin{cases} 3 \cdot (V_1 + V_2) > -13{,}5 \\ 3 \cdot (V_1 + V_2) < +13{,}5 \end{cases}$ risolvendo si ottiene ➔ $\begin{cases} (V_1 + V_2) > -4{,}5 \\ (V_1 + V_2) < +4{,}5 \end{cases}$ da cui la scelta ➔ $\begin{cases} (V_1 + V_2)_{min} = -4 \\ (V_1 + V_2)_{MAX} = +4 \end{cases}$

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



1.5 -- Circuiti derivatori

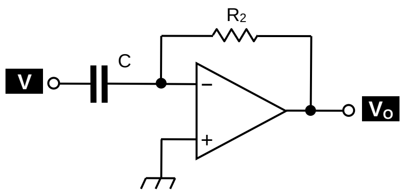
Il circuito derivatore riceve in ingresso la tensione V e fornisce in uscita la tensione V_O proporzionale alla derivata della tensione V di ingresso. Di questo circuito ne presenteremo due versioni: il *derivatore standard* (in cui la relazione I/O è un'operazione di derivazione esatta), e il *derivatore limitato* (in cui la relazione I/O è un'operazione di derivazione approssimata).

Derivatore standard

Il derivatore standard è il "vero" circuito derivatore. Effettueremo lo studio di questo circuito nel dominio del tempo e nel dominio della frequenza.

Studio nel dominio del tempo

La figura seguente mostra il circuito derivatore standard. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.



Relazione I/O	$V_O = -R_2 \cdot C \cdot \frac{dV}{dt}$	
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ — $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*R_2 -- C -- V_{cc} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O*	

Analisi del circuito

- *Dimostrazione della relazione I/O.*

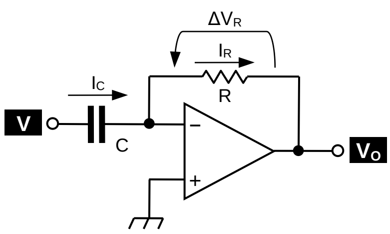
$$V \xmapsto{A} I_C \xmapsto{B} I_R \xmapsto{C} \Delta V_R \xmapsto{D} V_O$$

A) $I_C = C \cdot \frac{dV}{dt}$

B) $I_R = I_C$ sostituendo: $I_R = C \cdot \frac{dV}{dt}$

C) $\Delta V_R = R \cdot I_R$ sostituendo: $\Delta V_R = R \cdot C \cdot \frac{dV}{dt}$

D) $V_O = -\Delta V_R$ sostituendo: $V_O = -R \cdot C \cdot \frac{dV}{dt}$



- *Corretto funzionamento.*
  Nell'utilizzare questo circuito occorre rispettare i limiti di funzionamento dell'AO in condizioni lineari. Questi limiti sono:
  $\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ — $\lvert I_O \rvert < I_{O_{MAX}}$.

Nota 1. Variante circuitale. Se risulta R·C=1 allora la relazione di I/O diventa:

$$V_O = -\frac{dV}{dt} \ .$$

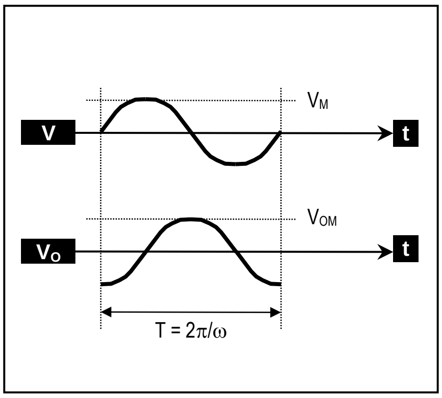
Si ottiene così un derivatore invertente con guadagno unitario.

Nota 2. Risposta alle funzioni canoniche. Indicheremo ora come il circuito derivatore risponde a tensioni di ingresso particolarmente frequenti in elettronica, note col nome di *funzioni canoniche*.

1) Risposta a: onda sinusoidale (funzione seno)

Diamo in ingresso al derivatore una tensione V avente la forma di un'onda sinusoidale simmetrica con pulsazione ω e ampiezza V_M (ossia, funzione seno).
La relazione ingresso-uscita è illustrata nella tabella seguente.

ingresso ➔	$V = V_M \cdot sen(\omega t)$
elaborazione ➔	$V_O = -R \cdot C \cdot \frac{dV}{dt}$
uscita ➔	$V_O = -R \cdot C \cdot V_M \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$



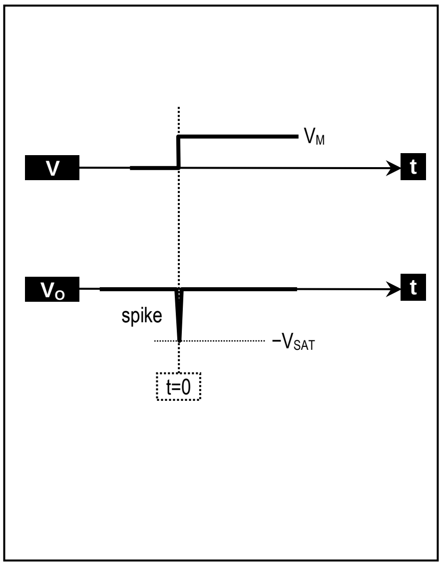
La tensione di uscita è un'onda sinusoidale simmetrica con pulsazione ω (la stessa della funzione di ingresso), sfasata in ritardo di 90° rispetto all'ingresso e con ampiezza V_{OM} di valore:

$$V_{OM} = (R \cdot C \cdot \omega) \cdot V_M \ .$$

2) Risposta a: funzione gradino

Diamo in ingresso al derivatore una tensione V avente la forma di un gradino positivo come rappresentato nella figura a lato.
La relazione ingresso-uscita è illustrata nella tabella seguente.

	per t<0	**per t=0**	**per t>0**
ingresso ➔	V = 0	La tensione sale improvvisamente (con una pendenza molto alta, teoricamente ∞) raggiungendo il valore V_M.	$V=V_M$
elaborazione ➔	$V_O = -R_2 C \cdot \frac{dV}{dt}$		
uscita ➔	Poichè la tensione di ingresso è costante, segue che la tensione di uscita è 0.	Quando la tensione di ingresso sale improvvisamente, la tensione di uscita si impenna negativamente (spike) in quanto il derivatore è invertente. Poichè la pendenza di V in t=0 è prossima a essere verticale, il valore dello spike tende a ∞, ma ciò provoca inevitabilmente la saturazione dell'AO, quindi il valore dello spike è limitato alla sola V_{SAT} dell'AO.	Poichè la tensione di ingresso è costante, segue che la tensione di uscita è 0.

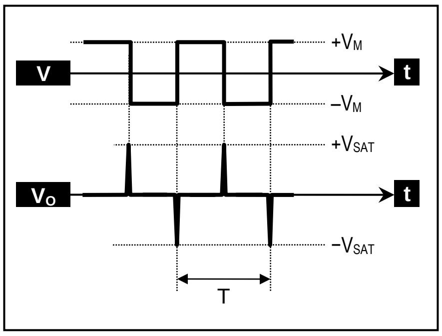


Pertanto, dando in ingresso un gradino positivo si ha in uscita uno spike negativo; viceversa dando in ingresso un gradino negativo si ha in uscita uno spike positivo.

3) Risposta a: onda quadra

Diamo in ingresso al derivatore una tensione V avente la forma di un'onda quadra simmetrica con periodo T, dc=0,5 e ampiezza V_M.
Poichè la tensione di ingresso V può essere pensata come una successione di gradini, di conseguenza la tensione di uscita V_O è formata da una successione di spike:

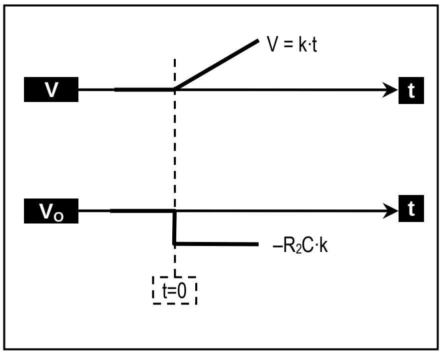
- per ogni salto verso l'alto, si ha uno spike negativo,
- per ogni salto verso il basso, si ha uno spike positivo.



Si ottiene pertanto in uscita una tensione periodica a valor medio nullo, di periodo T (lo stesso della funzione di ingresso), costituita da una successione di spike di valore $+V_{SAT}$ (per gli spike positivi) e $-V_{SAT}$ (per gli spike negativi).

4) Risposta a: funzione rampa

Diamo in ingresso al derivatore una tensione V avente la forma di una rampa positiva come rappresentato nella figura a lato.
La relazione ingresso-uscita è illustrata nella tabella seguente.

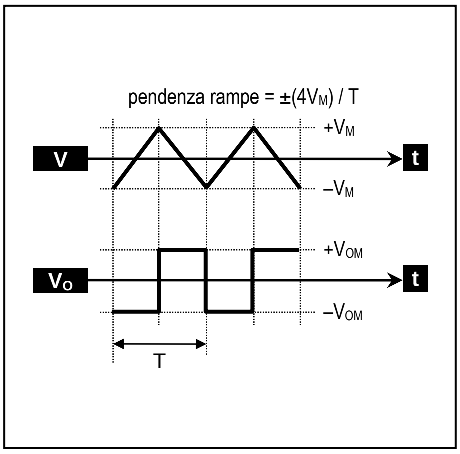


	per t<0	per t>0
ingresso ➔	$V = 0$	$V = k \cdot t$
elaborazione ➔	$V_O = -R_2 C \cdot \dfrac{dV}{dt}$	
uscita ➔	$V_O = 0$	$V_O = -R_2 C \cdot k$

Pertanto, dando in ingresso una rampa positiva si ha in uscita un gradino negativo; viceversa dando in ingresso una rampa negativa si ha in uscita un gradino positivo.

5) Risposta a: onda triangolare

Diamo in ingresso al derivatore una tensione V avente la forma di onda triangolare simmetrica con periodo T, dc=0,5 e ampiezza V_M.
Poichè la tensione di ingresso V può essere pensata come una successione di rampe, di conseguenza la tensione di uscita V_O è formata da una successione di gradini:
- per ogni rampa positiva, si ha il gradino negativo ($-V_{OM}$),
- per ogni rampa negativa, si ha il gradino positivo ($+V_{OM}$).



Si ottiene pertanto in uscita una tensione a forma di onda quadra con valor medio nullo, periodo T (lo stesso della funzione di ingresso) e ampiezza V_{OM} di valore:

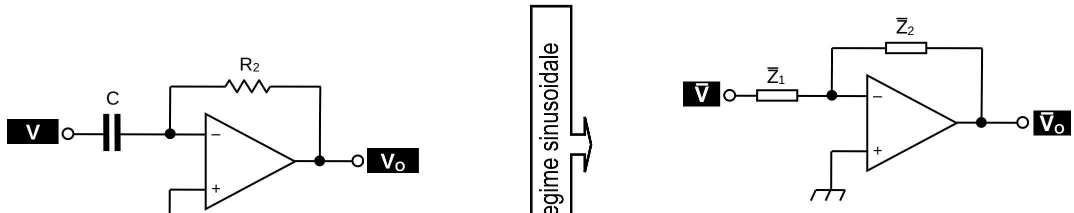
$$V_{OM} = R_2 \cdot C \cdot k$$

essendo $k = \dfrac{4 \cdot V_M}{T}$, la formula di sopra diventa:

$$V_{OM} = \frac{4 \cdot R_2 \cdot C}{T} \cdot V_M \ .$$

Studio nel dominio della frequenza

Se il derivatore standard è sottoposto al regime sinusoidale, è possibile studiarlo col metodo dei numeri complessi. La figura seguente mostra come ciò avvenga. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.

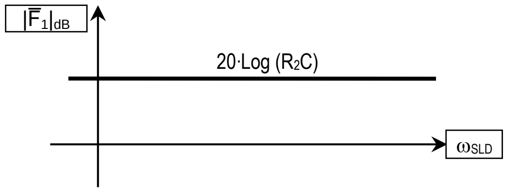
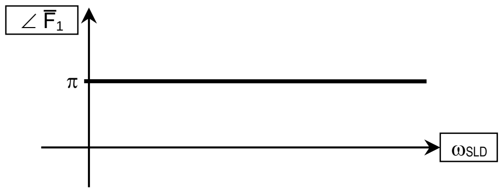
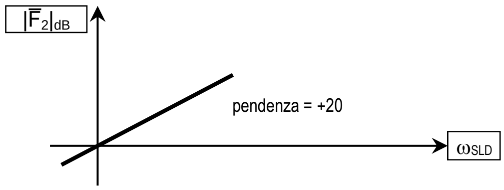
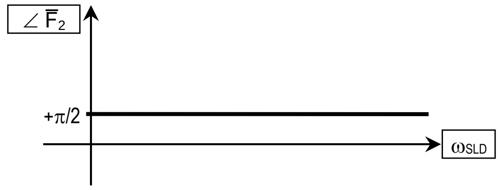
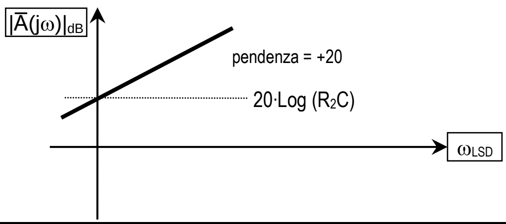


$$\overline{Z}_1 = \frac{1}{j\omega \cdot C} \qquad \overline{Z}_2 = R_2$$

Relazione I/O	$\overline{V}_O = (-j\omega \cdot R_2 C) \cdot \overline{V}$	Diagrammi di Bode
Corretto funzionamento	$\lvert\overline{V}_O\rvert < V_{SAT}$ — $\lvert\overline{I}_O\rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	R_2 -- C -- V_{cc} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}	
Parametri funzionali	*relazione I/O*	

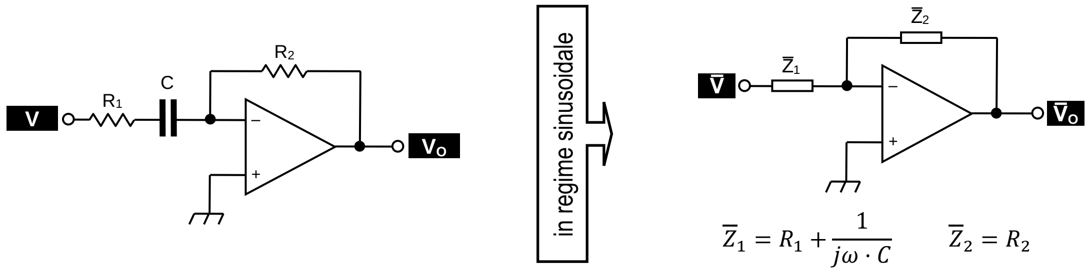
<u>Analisi del circuito</u>

- *Dimostrazione della relazione I/O.*
  Il processo di soluzione inizia col trasformare i componenti passivi presenti nel circuito derivatore nelle rispettive impedenze. Si ottiene così il circuito rappresentato a destra nella figura di sopra. Questo circuito è strutturalmente analogo all'amplificatore invertente, quindi è immediato scrivere la seguente relazione ingresso-uscita:
  $$\overline{V}_O = -\frac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1} \cdot \overline{V} \ .$$
  Sostituendo alle impedenze $\overline{Z}_1$ e $\overline{Z}_2$ i rispettivi valori, si ottiene infine:
  $$\overline{V}_O = -\frac{R_2}{\frac{1}{j\omega \cdot C}} \cdot \overline{V} \quad = \quad (-j\omega \cdot R_2 C) \cdot \overline{V} \ .$$
- *La funzione di trasferimento e i relativi diagrammi di Bode.*
  Da questa relazione si ricava la seguente funzione di trasferimento in regime sinusoidale:
  $$\overline{A(j\omega)} = -j\omega \cdot R_2 C \ .$$
  Questa FdT dà luogo ai seguenti diagrammi di Bode:

fattore	**grafico del modulo** (ω in scala logaritmica decimale, modulo in dB)	**grafico della fase** (ω in scala logaritmica decimale, fase in radianti)
$\overline{F}_1 = -R_2 C$ *ipotizziamo* $R_2C > 1$		
$\overline{F}_2 = j\omega$		
funzione complessiva		

Derivatore limitato

Il derivatore limitato è una versione modificata del derivatore standard (rispetto al derivatore standard, si nota ora la presenza della resistenza R_1 in serie al condensatore di ingresso). Effettueremo lo studio del circuito nel dominio della frequenza. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.

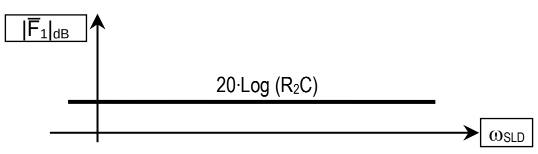
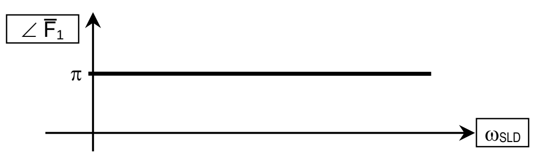
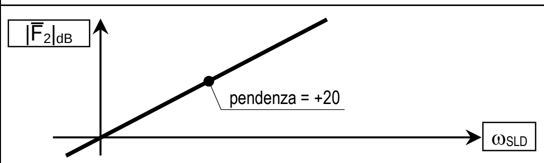
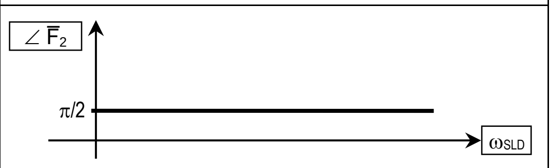
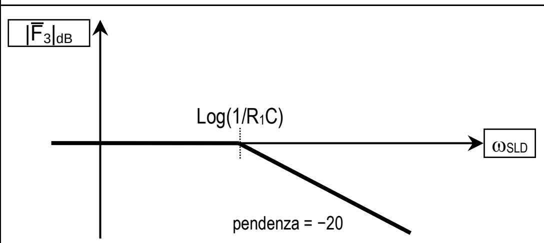
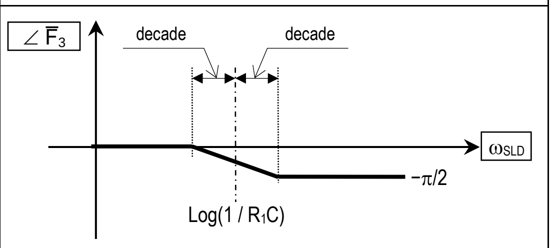
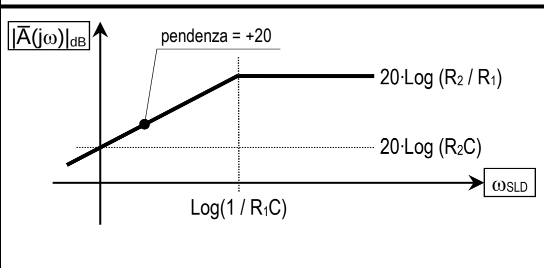
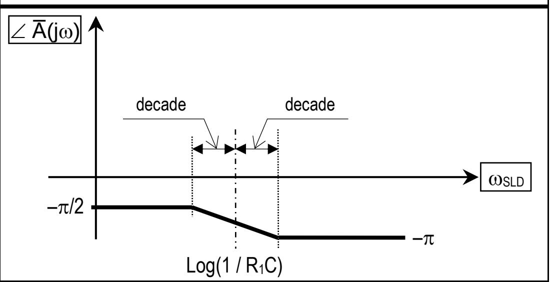


$$\overline{Z}_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega \cdot C} \qquad \overline{Z}_2 = R_2$$

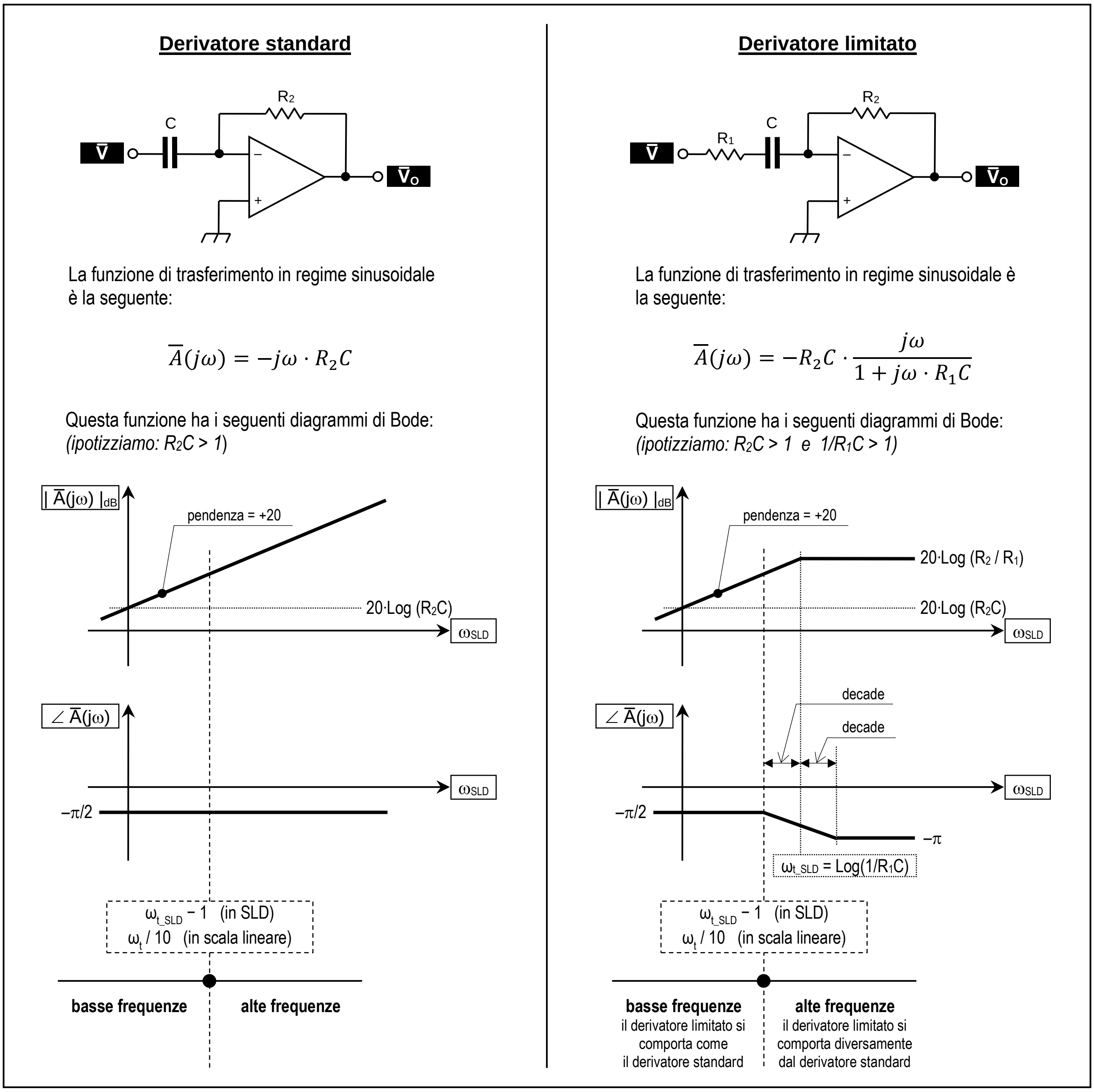
Relazione I/O	$\overline{V}_O = -\frac{j\omega \cdot R_2C}{1 + j\omega \cdot R_1C} \cdot \overline{V}$.	Diagrammi di Bode
Corretto funzionamento	$\lvert\bar{V}_O\rvert < V_{SAT}$ – $\lvert\bar{I}_O\rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*R_2 -- C -- V_{cc} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O*	

Analisi del circuito

- *Dimostrazione della relazione I/O.*
  Per l'analogia con l'amplificatore invertente, si trova la seguente relazione ingresso-uscita:
  $$\overline{V}_O = -\frac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1} \cdot \overline{V} \;=\; -\frac{j\omega \cdot R_2C}{1 + j\omega \cdot R_1C} \cdot \overline{V} \; .$$
- *La funzione di trasferimento e i relativi diagrammi di Bode.*
  Da questa relazione si ricava la seguente funzione di trasferimento in regime sinusoidale:
  $$\overline{A(j\omega)} = -R_2C \cdot \frac{j\omega}{1 + j\omega \cdot R_1C} \; .$$
  Questa fdt dà luogo ai seguenti diagrammi di Bode.

fattore	**grafico del modulo** (ω in scala logaritmica decimale, modulo in dB)	**grafico della fase** (ω in scala logaritmica decimale, fase in radianti)
$\overline{F}_1 = -R_2C$ *ipotizziamo $R_2C > 1$*		
$\overline{F}_2 = j\omega$		
$\overline{F}_3 = \frac{1}{1 + j\omega \cdot R_1C}$ *ipotizziamo $1/R_1C > 1$*		
funzione complessiva		

Nota. Confronto tra il derivatore standard e il derivatore limitato. Lo schema che segue mostra un confronto tra il derivatore standard e il derivatore limitato. Verranno evidenziate così le differenze funzionali tra i due circuiti.



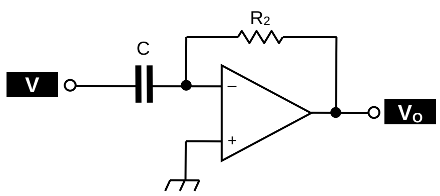
Osservando i diagrammi di Bode di entrambi i circuiti, si possono fare le seguenti considerazioni.

- Alle basse frequenze ($\omega<\omega_t/10$), poichè i diagrammi di Bode dei due derivatori sono uguali tra loro, si ha che il derivatore limitato si comporta come il derivatore standard.
- Alle alte frequenze ($\omega>\omega_t/10$), poichè i diagrammi di Bode dei due derivatori sono diversi tra loro, si ha che il derivatore limitato si comporta in maniera diversa dal derivatore standard. Infatti, all'aumentare della frequenza, accade che:
  - per quanto riguarda il modulo, nel derivatore standard esso aumenta fino all'infinito, mentre nel derivatore limitato aumenta di poco fino a stabilizzarsi al valore asintotico $|\overline{A}(j\omega)|_{MAX} = R_2/R_1$;
  - per quanto riguarda la fase, nel derivatore standard essa rimane costante al valore $-\pi/2$, mentre nel derivatore limitato diminuisce progressivamente fino a stabilizzarsi al valore asintotico di $-\pi$.

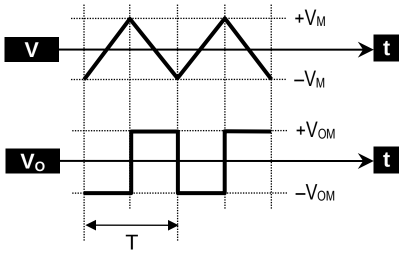
In seguito a queste considerazioni si comprende l'utilità del derivatore limitato che viene utilizzato al posto di quello standard quando il segnale di ingresso ha delle componenti spettrali di alta frequenza. Infatti alle alte frequenze l'uscita V_O del derivatore standard tenderebbe all'infinito, mentre nel derivatore limitato ciò non accade.

Esercizi -- Derivatore 1: risposta all'onda triangolare simmetrica con dc=0,5

RICHIAMI DI TEORIA



Risposta all'onda triangolare simmetrica con dc=0,5



$$V_{OM} = \frac{4 \cdot R_2 \cdot C}{T} \cdot V_M$$

Problema di analisi

Analizzare il seguente derivatore con forma d'onda d'ingresso triangolare simmetrica.	Dati del circuito V_{CC} = ±15 V_{SAT} = 90% di V_{CC} C = $10 \cdot 10^{-6}$ R_2 = $5 \cdot 10^3$	Dati della tensione di input Onda triangolare simmetrica V_M = 0,2 f = 500 dc = 0,5	Quesiti 1) Determinare l'onda di uscita 2) Corretto funzionamento 3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Determinare l'onda di uscita.

1) $T = \frac{1}{f}$ $\quad$ $[f = 500 \ \ dato$ $\quad$ ➔ $T = 2 \cdot 10^{-3}$

2) $V_{OM} = \frac{4 \cdot R_2 \cdot C}{T} \cdot V_M$ $\quad$ $\begin{cases} R_2 = 5 \cdot 10^3 \ \ dato \\ C = 10 \cdot 10^{-6} \ \ dato \\ V_M = 0{,}2 \ \ dato \\ T = 2 \cdot 10^{-3} \ \ calcolo\ 1 \end{cases}$ $\quad$ ➔ $V_{OM} = 20$

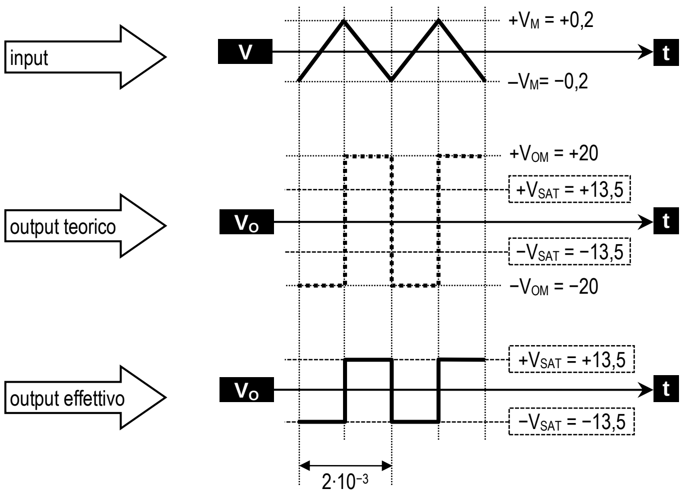
Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

3) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad$ $[V_{CC} = 15 \ \ dato$ $\quad$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

4) $|V_O| < V_{SAT}$ $\quad$ $\begin{cases} V_{OM} = 20 \ \ calcolo\ 2 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \ \ calcolo\ 3 \end{cases}$ $\quad$ ➔ $20 < 13{,}5$ NO → il derivatore satura

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



Problema di sintesi

Progettare un circuito derivatore avente le seguenti caratteristiche.	Dati dell'AO V_{CC} = ±15 V_{SAT} = 90% di V_{CC}	Specifiche di progetto INPUT: onda triangolare simmetrica V_M = 0,5 f = 1000 dc = 0,5 OUTPUT: onda quadra simmetrica V_{OM} = 10	Quesiti 1) Dimensionamento del circuito 2) Corretto funzionamento 3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione I/O indicata dalle specifiche di progetto: $V_{OM} = 20 \cdot V_M$

2) Relazione I/O offerta dal circuito: $V_{OM} = \dfrac{4 \cdot R_2 \cdot C}{T} \cdot V_M$

3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così la seguente equazione risolvente: $\dfrac{4 \cdot R_2 \cdot C}{T} = 20$ risolvendo ➔ $\begin{cases} T = \dfrac{1}{f} = 1 \cdot 10^{-3} \; dato \\ C = 1 \cdot 10^{-6} \; scelta \\ R_2 = 5 \cdot 10^3 \end{cases}$

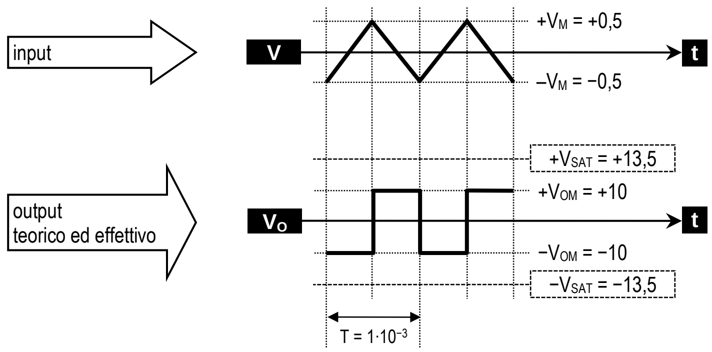
Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

4) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \dfrac{90}{100}$ $[V_{CC} = 15 \; dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

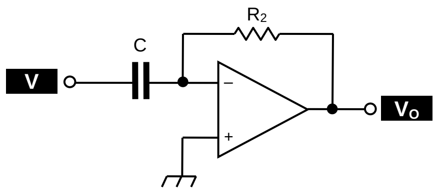
5) $|V_O| < V_{SAT}$ $\begin{cases} V_{OM} = 10 \; dato \\ V_{SAT} = 13{,}5 \; calcolo\ 4 \end{cases}$ ➔ $10 < 13{,}5$ SI' → il derivatore funziona OK

Quesito 3. Rappresentazione grafica.

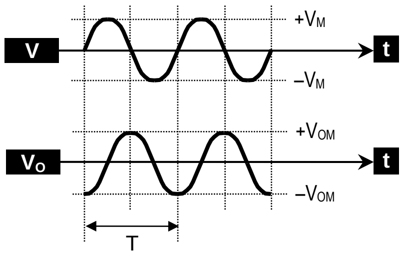


Esercizi -- Derivatore 2: risposta all'onda sinusoidale simmetrica

RICHIAMI DI TEORIA



Risposta all'onda sinusoidale simmetrica



$V_{OM} = (\omega \cdot R_2 \cdot C) \cdot V_M$

Problema di analisi

Analizzare il seguente derivatore in risposta all'onda sinusoidale simmetrica.

Dati del circuito	Dati della tensione di input	Quesiti
V_{CC} = ±15	Onda sinusoidale simmetrica	1) Determinare l'onda di uscita
V_{SAT} = 90% di V_{CC}	V_M = 0,2	2) Corretto funzionamento
C = $10 \cdot 10^{-6}$	f = 500	3) Rappresentazione grafica
R_2 = $5 \cdot 10^3$		

Quesito 1. Determinare l'onda di uscita.

1) $\omega = 2\pi \cdot f$ $\quad [f = 500 \;\; dato$ ➔ $\omega = 3{,}14 \cdot 10^3$

2) $V_{OM} = (\omega \cdot R_2 \cdot C) \cdot V_M$ $\quad \begin{cases} R_2 = 5 \cdot 10^3 \;\; dato \\ C = 10 \cdot 10^{-6} \;\; dato \\ V_M = 0{,}2 \;\; dato \\ \omega = 3{,}14 \cdot 10^3 \;\; calcolo\ 1 \end{cases}$ ➔ $V_{OM} = 31{,}4$

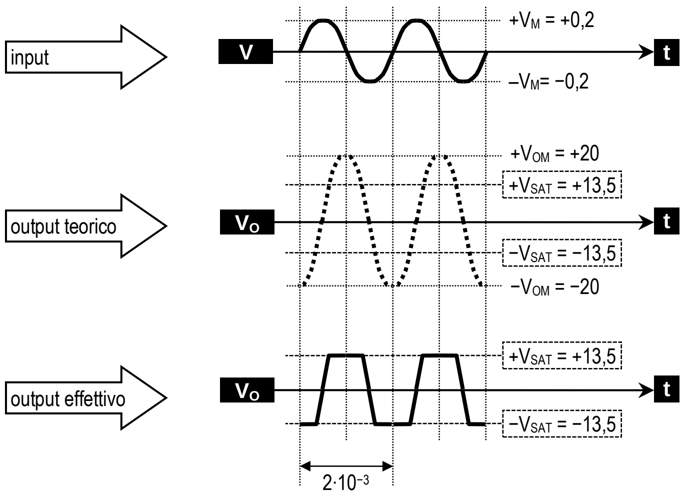
Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

3) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \;\; dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

4) $|V_O| < V_{SAT}$ $\quad \begin{cases} |V_O| = 31{,}4 \;\; calcolo\ 2 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \;\; calcolo\ 3 \end{cases}$ ➔ $31{,}4 < 13{,}5$ NO → il derivatore satura

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



Problema di sintesi

Progettare un circuito derivatore avente le seguenti caratteristiche.	Dati dell'AO V_{CC} = ±15 V_{SAT} = 90% di V_{CC}	Specifiche di progetto INPUT: Onda sinusoidale simmetrica V_M = 0,5 f = 1000 OUTPUT: Onda sinusoidale simmetrica V_{OM} = 10	Quesiti 1) Dimensionamento del circuito 2) Corretto funzionamento 3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione I/O indicata dalle specifiche di progetto: $V_{OM} = 20 \cdot V_M$
2) Relazione I/O offerta dal circuito: $V_{OM} = (\omega \cdot R_2 \cdot C) \cdot V_M$
3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così la seguente equazione risolvente: $(\omega \cdot R_2 \cdot C) = 20$ risolvendo ➔ $\begin{cases} \omega = 2\pi f = 6{,}28 \cdot 10^3 & dato \\ C = 1 \cdot 10^{-6} & scelta \\ R_2 = 3{,}2 \cdot 10^3 \end{cases}$

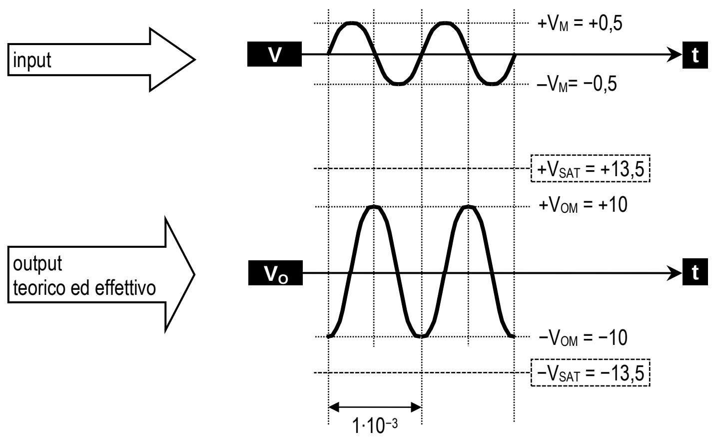
Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

4) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \quad dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5 \cdot V_M$

5) $|V_{OM}| < V_{SAT}$ $\quad \begin{cases} V_{OM} = 10 & dato \\ V_{SAT} = 13{,}5 & calcolo\ 4 \end{cases}$ ➔ $10 < 13{,}5$ SI' → il derivatore funziona OK

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



1.6 -- Circuiti integratori

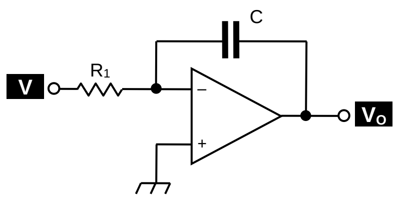
Il circuito integratore riceve in ingresso la tensione V e fornisce in uscita la tensione V_O proporzionale all'integrale della tensione V di ingresso. Di questo circuito ne presenteremo due versioni: l' *integratore standard* (in cui la relazione I/O è un'operazione di integrazione esatta), e l' *integratore limitato* (in cui la relazione I/O è un'operazione di integrazione approssimata).

Integratore standard

L'integratore standard è il "vero" circuito integratore. Effettueremo lo studio di questo circuito nel dominio del tempo e nel dominio della frequenza.

Studio nel dominio del tempo

La figura seguente mostra il circuito integratore standard. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.



Relazione I/O	$V_O = -\frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot \int V \cdot dt$	
Corretto funzionamento	$\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ -- $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*R_1 -- C -- V_{cc} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O*	

Analisi del circuito

- *Dimostrazione della relazione I/O.*

$$V \xrightarrow{A} I_{R1} \xrightarrow{B} I_C \xrightarrow{C} \Delta V_C \xrightarrow{D} V_O$$

A) $I_{R1} = \frac{V}{R_1}$

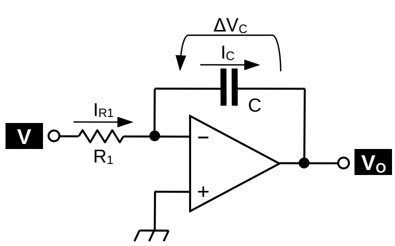
B) $I_C = I_{R1}$ sostituendo: $I_C = \frac{V}{R_1}$

C) $\Delta V_C(t) = \Delta V_C(0) + \frac{1}{C}\int I_C \cdot dt$ sostituendo: $\Delta V_C = \Delta V_C(0) + \frac{1}{R_1 C}\int V \cdot dt$

D) $V_O(t) = -\Delta V_C(t)$ sostituendo: $V_O(t) = -\Delta V_C(0) - \frac{1}{R_1 C}\int V \cdot dt$

Ipotizzando $\Delta V_C(0)=0$ (condensatore inizialmente scarico), questa equazione diventa:

$$V_O(t) = -\frac{1}{R_1 C}\int V \cdot dt$$



- *Corretto funzionamento.*
  Nell'utilizzare questo circuito occorre rispettare i limiti di funzionamento dell'AO funzionante in condizioni lineari. Questi limiti sono:
  $\lvert V_O \rvert < V_{SAT}$ -- $\lvert I_O \rvert < I_{O\_MAX}$

NOTA 1. Variante circuitale. Se risulta $R_1C = 1$ allora si ha:

$$V_O = -\int V \cdot dt \ .$$

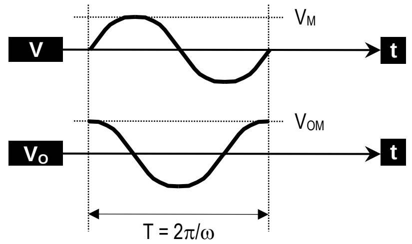
Si ottiene così un integratore invertente puro, ossia con guadagno unitario.

Nota 2. Risposta alle funzioni canoniche. Indicheremo ora come il circuito integratore risponde alle tensioni di ingresso particolarmente frequenti in elettronica note col nome di *funzioni canoniche*.

1) Risposta a: onda sinusoidale (funzione seno)

Diamo in ingresso all'integratore una tensione V avente la forma di un'onda sinusoidale simmetrica con pulsazione ω e ampiezza V_M (ossia, funzione seno).
La relazione ingresso-uscita è illustrata nella tabella seguente.

ingresso ➔	$V = V_M \cdot sen(\omega t)$
elaborazione ➔	$V_O = -\frac{1}{R_1 C}\int V \cdot dt \quad [\text{ con } V_O(0) = 0]$
uscita ➔	$V_O = \frac{V_M}{\omega \cdot R_1 \cdot C} \cdot \cos(\omega t)$



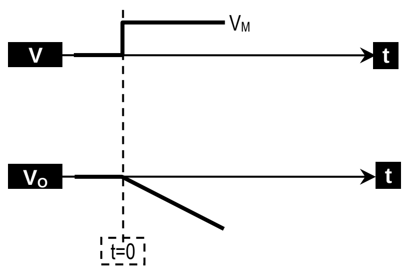
La tensione di uscita è un'onda sinusoidale simmetrica con pulsazione ω (la stessa della funzione di ingresso), sfasata in anticipo di 90° rispetto all'ingresso e con ampiezza V_{OM} di valore:

$$V_{OM} = \frac{1}{\omega \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M \ .$$

2) Risposta a: funzione gradino

Diamo in ingresso all'integratore una tensione V avente la forma di un gradino positivo come rappresentato nella figura a lato.
La relazione ingresso-uscita è illustrata nella tabella seguente.

	per t<0	per t>0
ingresso ➔	$V = 0$	$V = V_M$
elaborazione ➔	$V_O = -\frac{1}{R_1 C}\int V \cdot dt \quad [\text{ con } V_O(0) = 0]$	
uscita ➔	Poichè la tensione di ingresso è zero, segue che la tensione di uscita è 0.	$V_O = -\frac{V_M}{R_1 \cdot C} \cdot t$



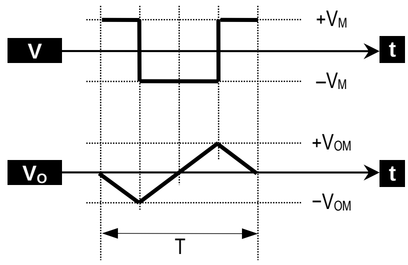
Pertanto, dando in ingresso un gradino positivo si ha in uscita una rampa negativa; viceversa dando in ingresso un gradino negativo si ha in uscita una rampa positiva.

3) Risposta a: onda quadra

Diamo in ingresso all'integratore una tensione V avente la forma di un'onda quadra simmetrica con periodo T, dc=0,5 e ampiezza V_M.
Poichè la tensione di ingresso V può essere pensata come una successione di gradini, di conseguenza la tensione di uscita V_O è formata da una successione di rampe:
- per ogni livello positivo, si ha una rampa negativa,
- per ogni livello negativo, si ha una rampa positiva.

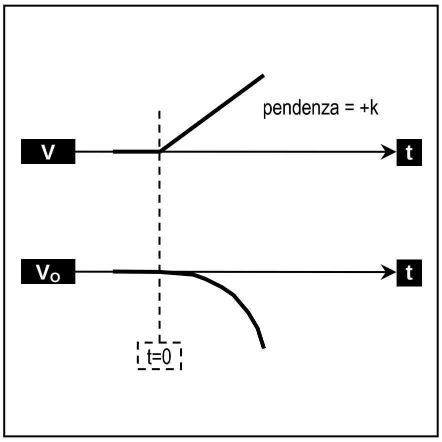
Si ottiene pertanto un'onda triangolare simmetrica con periodo T (lo stesso della funzione di ingresso), dc=0,5 e ampiezza V_{OM} di valore:

$$V_{OM} = \frac{T}{4 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M \qquad (dimostrazione\ 1, \qquad pag. 44).$$



4) Risposta a: funzione rampa

Diamo in ingresso all'integratore una tensione V avente la forma di una rampa positiva come rappresentato nella figura a lato.
La relazione ingresso-uscita è illustrata nella tabella seguente.



	per t<0	per t>0
ingresso ➔	$V = 0$	$V = k \cdot t$
elaborazione ➔	$V_O = -\frac{1}{R_1 C}\int V \cdot dt$ [con $V_O(0) = 0$]	
uscita ➔	Poichè la tensione di ingresso è zero, segue che la tensione di uscita è 0.	$V_O = -\frac{k}{2 \cdot R_1 \cdot C} \cdot t^2$

Pertanto, dando in ingresso una rampa positiva si ha in uscita una parabola con concavità negativa; viceversa dando in ingresso una rampa negativa si ha in uscita una parabola con concavità positiva.

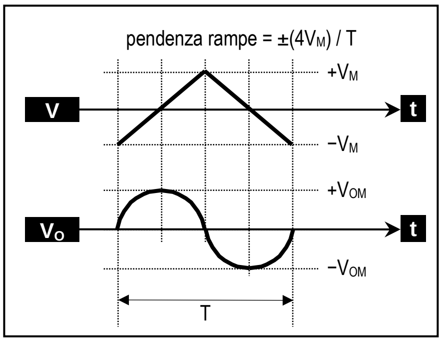
5) Risposta a: onda triangolare

Diamo in ingresso all'integratore una tensione V avente la forma di un'onda triangolare simmetrica con periodo T, dc=0,5 e ampiezza V_M.
Poichè la tensione di ingresso V può essere pensata come una successione di rampe, di conseguenza la funzione di uscita V_O è formata da una successione di parabole:

- per ogni rampa positiva, si ha una parabola con concavità negativa,
- per ogni rampa negativa, si ha una parabola con concavità positiva.

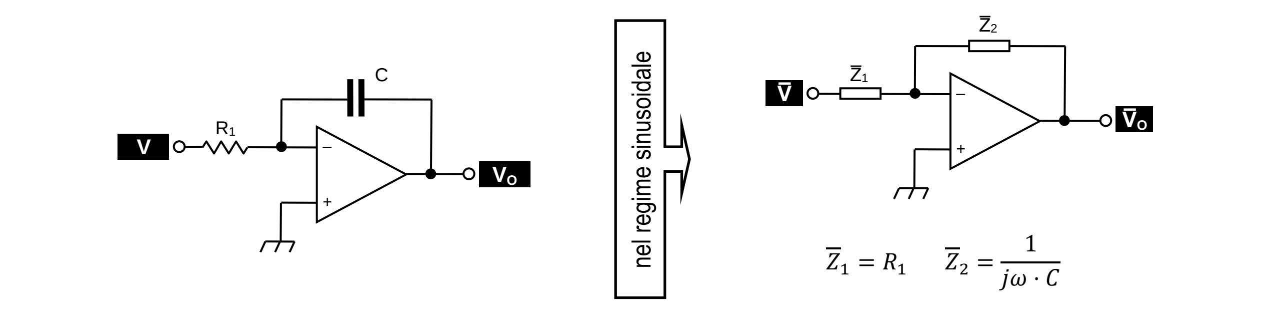
Si ottiene pertanto una funzione periodica simmetrica con periodo T (lo stesso della funzione di ingresso) e ampiezza V_{OM} di valore:

$$V_{OM} = \frac{T}{8 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M \qquad (dimostrazione\ 2, \quad pag. 46).$$



Studio nel dominio della frequenza

Se il circuito integratore è sottoposto al regime sinusoidale, è possibile studiarlo col metodo dei numeri complessi. La figura seguente mostra come ciò avvenga. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.

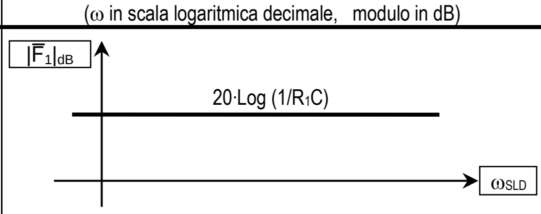
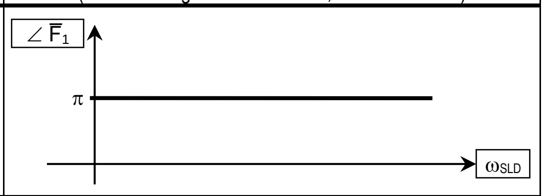
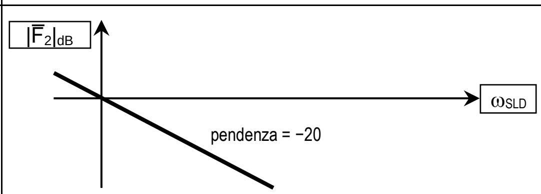
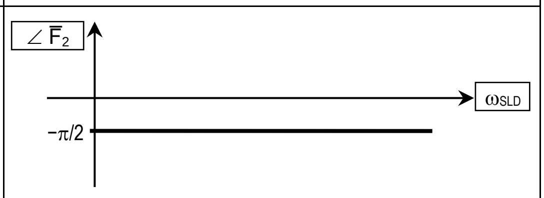
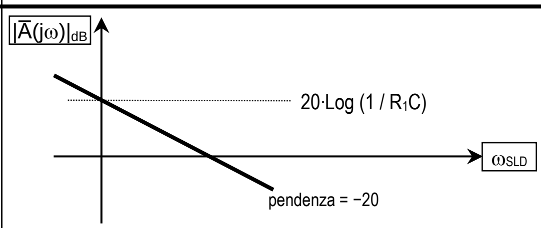
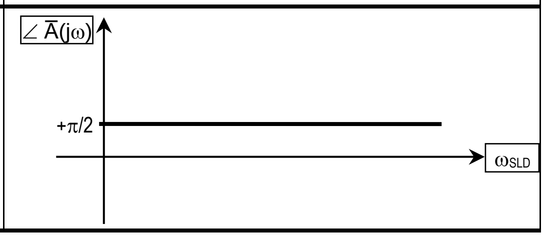


Relazione I/O	$\overline{V}_O = -\frac{1}{j\omega \cdot R_1 \cdot C} \cdot \overline{V}$	Diagrammi di Bode
Corretto funzionamento	$\lvert\overline{V}_O\rvert < V_{SAT} \quad - \quad \lvert\overline{I}_O\rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	R_1 -- C -- V_{cc} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}	
Parametri funzionali	*relazione I/O*	

<u>Analisi del circuito</u>

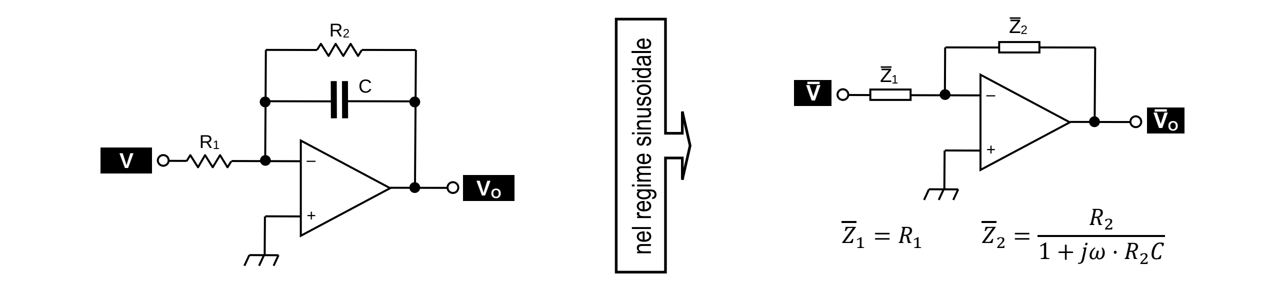
- *Dimostrazione della relazione I/O.*
  Il processo di soluzione inizia col trasformare i componenti passivi presenti nel circuito integratore nelle rispettive impedenze. Si ottiene così il circuito rappresentato a destra nella figura di sopra. Questo circuito è strutturalmente analogo all'amplificatore invertente, quindi è immediato scrivere la seguente relazione ingresso-uscita:
  $$\overline{V}_O = -\frac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1} \cdot \overline{V} \ .$$
  Sostituendo alle impedenze $\overline{Z}_1$ e $\overline{Z}_2$ i rispettivi valori, si ottiene infine:
  $$\overline{V}_O = -\frac{1}{j\omega \cdot R_1 \cdot C} \cdot \overline{V} \ .$$

- *La funzione di trasferimento e i relativi diagrammi di Bode.*
  Da questa relazione si ricava la seguente funzione di trasferimento in regime sinusoidale:
  $$\overline{A(j\omega)} = -\frac{1}{j\omega \cdot R_1 \cdot C} \ .$$
  Questa FdT dà luogo ai seguenti diagrammi di Bode:

fattore	grafico del modulo (ω in scala logaritmica decimale, modulo in dB)	grafico della fase (ω in scala logaritmica decimale, fase in radianti)
$\overline{F}_1 = -\frac{1}{R_1 C}$ *ipotizziamo $1/R_1C > 1$*		
$\overline{F}_2 = \frac{1}{j\omega}$		
funzione complessiva		

Integratore limitato

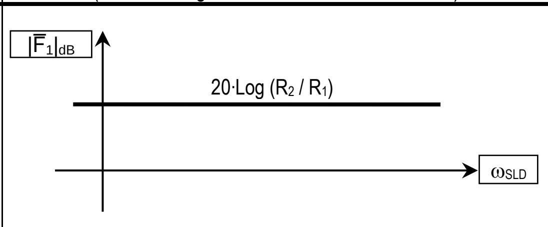
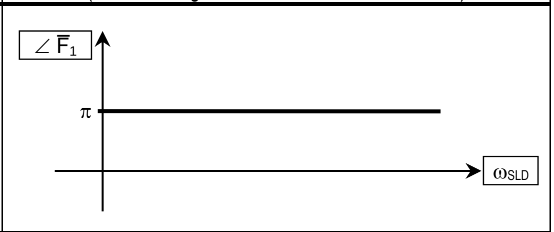
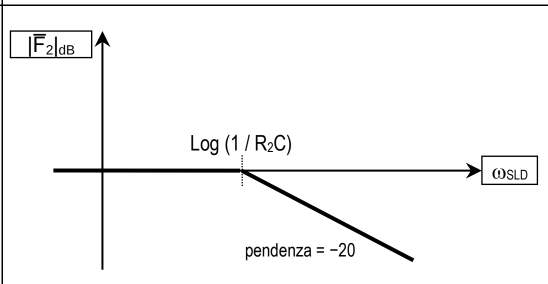
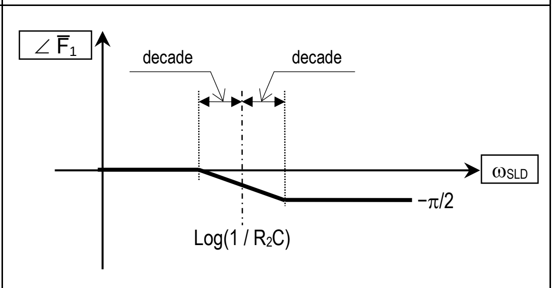
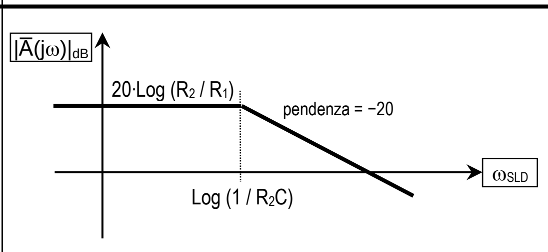
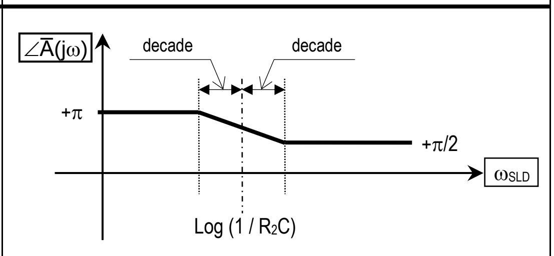
L’integratore limitato è una versione modificata dell’integratore standard (rispetto all’integratore standard, si nota ora la presenza della resistenza R_2 in parallelo al condensatore di retroazione). Effettueremo lo studio del circuito nel dominio della frequenza. Dopo il circuito sono riportate le sue formule di dimensionamento.



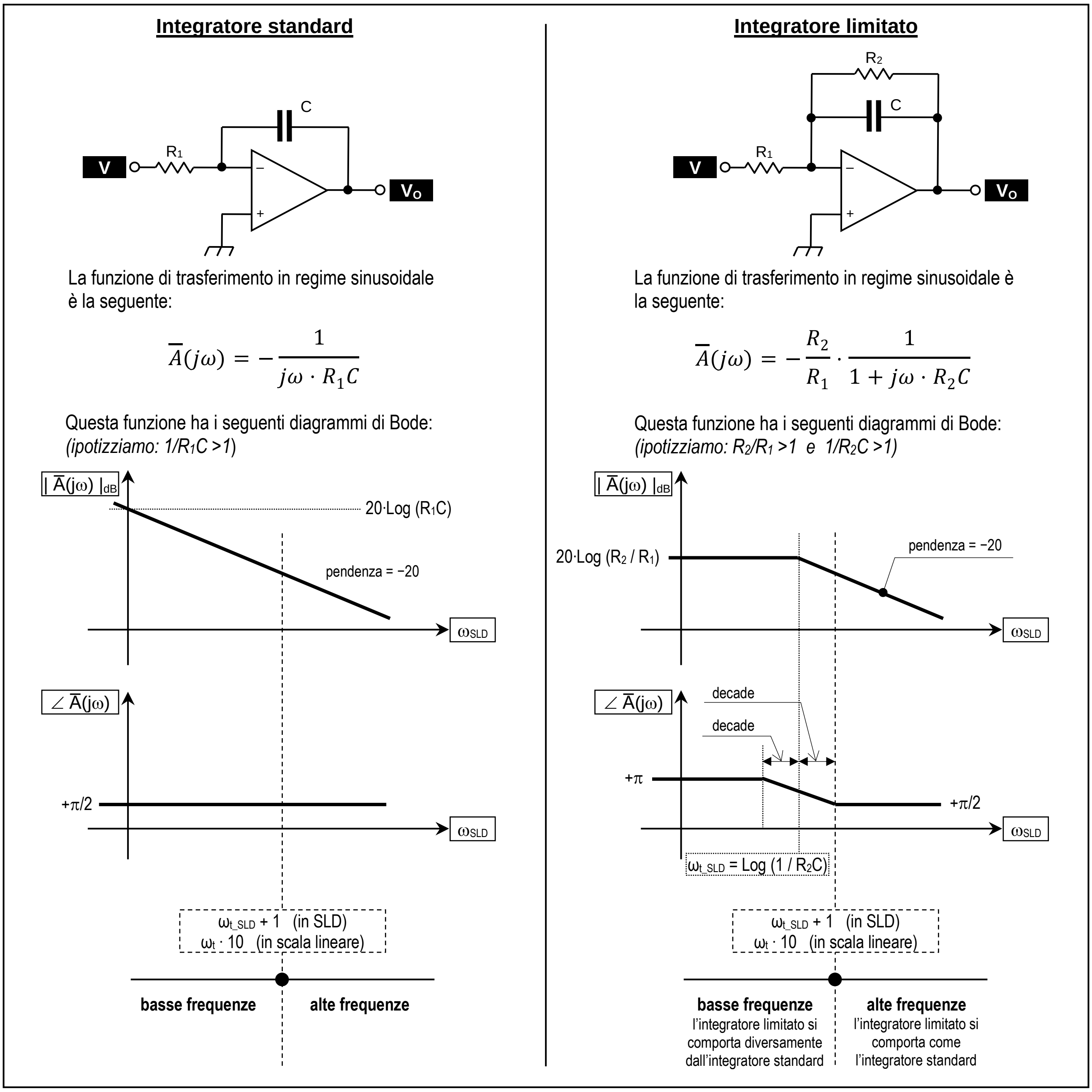
Relazione I/O	$\overline{V}_O = -\dfrac{R_2}{R_1} \cdot \dfrac{1}{1 + j\omega \cdot R_2 \cdot C} \cdot \overline{V}$	Diagrammi di Bode
Corretto funzionamento	$\lvert \overline{V}_O \rvert < V_{SAT}$ – $\lvert \overline{I}_O \rvert < I_{O\_MAX}$	
Parametri circuitali	*R_2 -- C -- V_{cc} -- V_{SAT} -- I_{O_MAX}*	
Parametri funzionali	*relazione I/O*	

Analisi del circuito

- *Dimostrazione della relazione I/O.*
  Per l'analogia con l'amplificatore invertente, si trova la seguente relazione ingresso-uscita:
  $$\overline{V}_O = -\frac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1} \cdot \overline{V} \quad = \quad -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \cdot R_2 \cdot C} \cdot \overline{V} \ .$$
- *La funzione di trasferimento e i relativi diagrammi di Bode.*
  Da questa relazione si ricava la seguente funzione di trasferimento in regime sinusoidale:
  $$\overline{A(j\omega)} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \cdot R_2 \cdot C} \ .$$
  Questa fdt dà luogo ai seguenti diagrammi di Bode:

fattore	grafico del modulo (ω in scala logaritmica decimale, modulo in dB)	grafico della fase (ω in scala logaritmica decimale, fase in radianti)
$\overline{F}_1 = -\dfrac{R_2}{R_1}$ *ipotizziamo $R_2/R_1 > 1$*		
$\overline{F}_2 = \dfrac{1}{1 + j\omega \cdot R_2 C}$ *ipotizziamo $R_2C < 1$*		
funzione complessiva		

Nota. Confronto tra l'integratore standard e l'integratore limitato. Lo schema che segue mostra un confronto tra l'integratore standard e l'integratore limitato. Verranno evidenziate così le differenze funzionali tra i due circuiti.



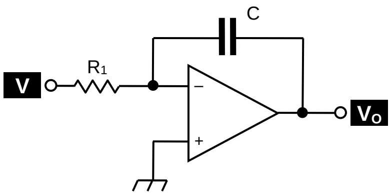
Osservando i diagrammi di Bode di entrambi i circuiti, si possono fare le seguenti considerazioni.

- Alle alte frequenze ($\omega > \omega_t \cdot 10$), poichè i diagrammi di Bode dei due integratori sono uguali tra loro, si ha che l'integratore limitato si comporta come l'integratore standard.
- Alle basse frequenze ($\omega < \omega_t \cdot 10$), poichè i diagrammi di Bode dei due integratori sono diversi tra loro, si ha che l'integratore limitato si comporta in maniera diversa dall'integratore standard. Infatti, all'aumentare della frequenza, accade che:
  - per quanto riguarda il modulo, nell'integratore standard esso aumenta fino all'infinito, mentre nel derivatore limitato aumenta di poco fino a stabilizzarsi al valore asintotico $|\overline{A}(j\omega)|_{MAX} = R_2/R_1$;
  - per quanto riguarda la fase, nell'integratore standard essa rimane costante al valore $+\pi/2$, mentre nell'integratore limitato aumenta progressivamente fino a stabilizzarsi al valore asintotico di $+\pi$.

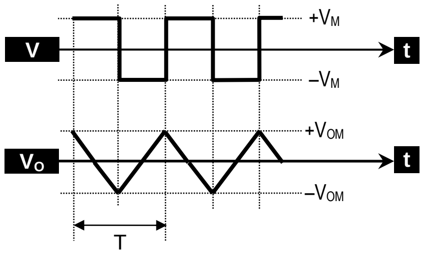
In seguito a queste considerazioni si comprende l'utilità dell'integratore limitato che viene utilizzato al posto di quello standard quando il segnale di ingresso ha delle componenti spettrali di bassa frequenza. Infatti alle basse frequenze l'uscita V_O dell'integratore standard tenderebbe all'infinito, mentre nell'integratore limitato ciò non accade.

Esercizi -- Integratore 1: risposta all'onda quadra simmetrica con dc=0,5

RICHIAMI DI TEORIA



Risposta all'onda quadra simmetrica con dc=0,5



$$V_{OM} = \frac{T}{4 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M$$

Problema di analisi

Analizzare il seguente integratore in risposta all'onda quadra simmetrica con dc=0,5.

Dati sul circuito	Dati sulla tensione di input	Quesiti
V_{CC} = ±15	Onda quadra simmetrica	1) Determinare l'onda di uscita
V_{SAT} = 90% di V_{CC}	V_M = 2	2) Corretto funzionamento
C = $10 \cdot 10^{-6}$	f = 500	3) Rappresentazione grafica
R_1 = $5 \cdot 10^3$	dc = 0,5	

Quesito 1. Determinare l'onda di uscita.

1) $T = \dfrac{1}{f}$ $\quad$ $[f = 500 \;\; dato$ $\quad$ ➔ $T = 2 \cdot 10^{-3}$

2) $V_{OM} = \dfrac{T}{4 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M$ $\quad$ $\begin{cases} R_1 = 5 \cdot 10^3 \;\; dato \\ C = 10 \cdot 10^{-6} \;\; dato \\ V_M = 2 \;\; dato \\ T = 2 \cdot 10^{-3} \;\; calcolo\ 1 \end{cases}$ $\quad$ ➔ $V_{OM} = 20 \cdot 10^{-3}$

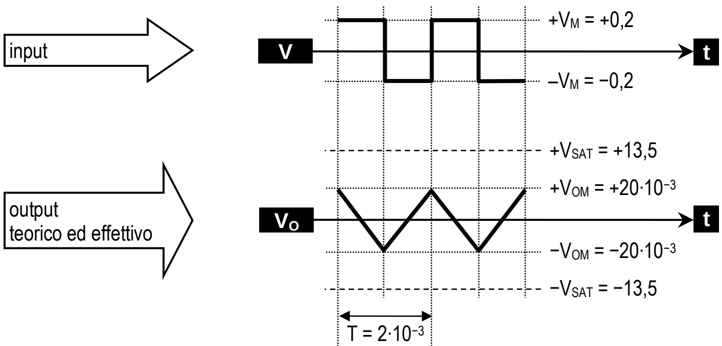
Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

3) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \dfrac{90}{100}$ $\quad$ $[V_{CC} = 15 \;\; dato$ $\quad$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

4) $|V_{OM}| < V_{SAT}$ $\quad$ $\begin{cases} V_{OM} = 20 \cdot 10^{-3} \;\; calcolo\ 2 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \;\; calcolo\ 3 \end{cases}$ $\quad$ ➔ $20 \cdot 10^{-3} < 13{,}5$ SI' → l'integratore funziona OK

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



Problema di sintesi

Progettare un circuito integratore avente le seguenti caratteristiche.	Dati dell'AO	Specifiche di progetto	Quesiti
	V_{CC} = ±15 V_{SAT} = 90% di V_{CC}	INPUT: Onda quadra simmetrica V_M = 5 f = 100 dc = 0,5 OUTPUT: Onda triangolare simmetrica V_{OM} = 1	1) Dimensionamento del circuito 2) Corretto funzionamento 3) Rappresentazione grafica 4) Indicare l'intervallo di frequenze in cui il circuito funziona correttamente.

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione I/O indicata dalle specifiche di progetto: $V_{OM} = 0{,}2 \cdot V_M$

2) Relazione I/O offerta dal circuito: $V_{OM} = \dfrac{T}{4 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M$

3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così la seguente equazione risolvente: $\dfrac{T}{4 \cdot R_1 \cdot C} = 0{,}2$ risolvendo ➔ $\begin{cases} T = \dfrac{1}{f} = 10 \cdot 10^{-3} \quad dato \\ C = 1 \cdot 10^{-6} \quad scelta \\ R_1 = 12{,}5 \cdot 10^3 \end{cases}$

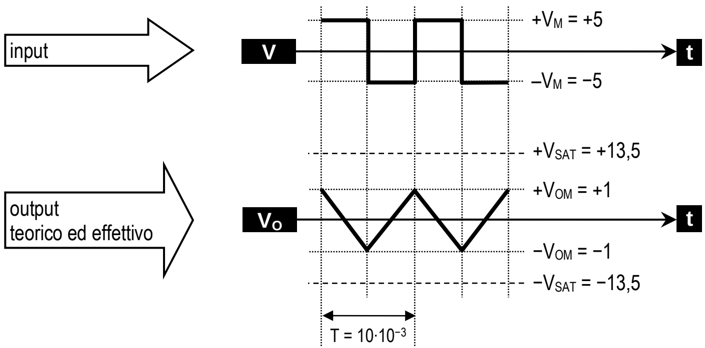
Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

4) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \dfrac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 \quad dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

5) $|V_{OM}| < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_{OM} = 10 \quad dato \\ V_{SAT} = 13{,}5 \quad calcolo\ 4 \end{bmatrix}$ ➔ $10 < 13{,}5$ SI' → l'integratore funziona OK

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



Quesito 4. Indicare l'intervallo di frequenze in cui il circuito funziona correttamente.

6) $|V_{OM}| < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_{OM} = \dfrac{T}{4 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M \quad dato \\ V_{SAT} = 13{,}5 \quad calcolo\ 4 \end{bmatrix}$ ➔ $\dfrac{T}{4 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M < 13{,}5$

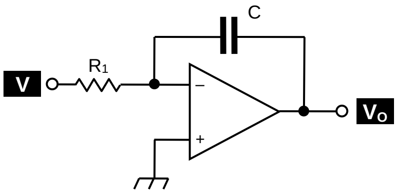
risolvendo in funzione di T si ottiene il seguente risultato:

$\dfrac{T}{4 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M < 13{,}5$ $\quad \begin{bmatrix} V_M = 5 \quad dato \\ R_1 = 12{,}5 \cdot 10^3 \quad calcolo\ 3 \\ C = 1 \cdot 10^{-6} \quad scelta\ 3 \end{bmatrix}$ ➔ $T < 0{,}135$

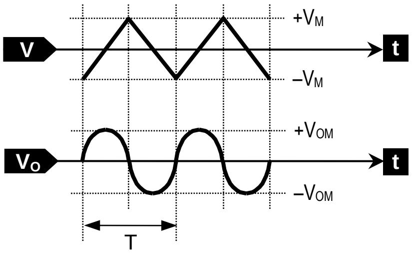
7) $f = \dfrac{1}{T}$ $\quad [T < 0{,}135 \quad calcolo\ 6$ ➔ $f > 7{,}41$

Esercizi -- Integratore 2: risposta all'onda triangolare simmetrica con dc=0,5

RICHIAMI DI TEORIA



Risposta all'onda triangolare simmetrica con dc=0,5



$$V_{OM} = \frac{T}{8 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M$$

Problema di analisi

	Dati del circuito	Dati della tensione di input	Quesiti
Analizzare il seguente integratore in risposta all'onda triangolare simmetrica con dc=0,5.	V_{CC} = ±15 V_{SAT} = 90% di V_{CC} C = $10 \cdot 10^{-6}$ R_1 = $5 \cdot 10^3$	Onda triangolare simmetrica dc = 0,5 V_M = 2 f = 500	1) Determinare l'onda di uscita 2) Corretto funzionamento 3) Rappresentazione grafica

Quesito 1. Determinare l'onda di uscita.

L'onda di uscita è una successione di parabole come rappresentato nella figura in alto. Calcoliamo l'ampiezza di questa forma d'onda periodica.

1) $T = \frac{1}{f}$ $\qquad [f = 500 \ \ dato$ $\qquad$ ➔ $T = 2 \cdot 10^{-3}$

2) $V_{OM} = \frac{T}{8 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M$ $\qquad \begin{bmatrix} R_1 = 5 \cdot 10^3 \ \ dato \\ C = 10 \cdot 10^{-6} \ \ dato \\ V_M = 2 \ \ dato \\ T = 2 \cdot 10^{-3} \ \ calcolo \ 1 \end{bmatrix}$ $\qquad$ ➔ $V_{OM} = 10 \cdot 10^{-3}$

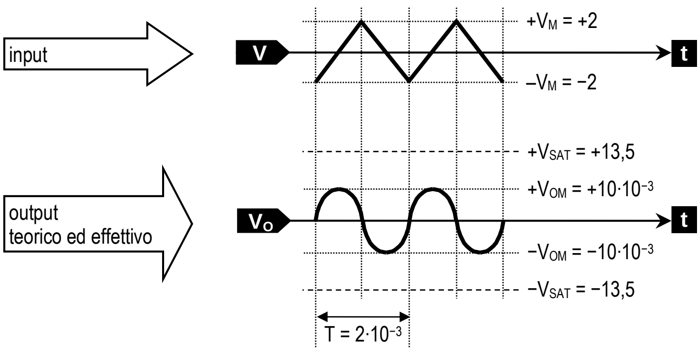
Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

3) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \frac{90}{100}$ $\qquad [V_{CC} = 15 \ \ dato$ $\qquad$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

4) $|V_{OM}| < V_{SAT}$ $\qquad \begin{bmatrix} V_{OM} = 20 \cdot 10^{-3} \ \ calcolo \ 2 \\ V_{SAT} = 13{,}5 \ \ calcolo \ 3 \end{bmatrix}$ $\qquad$ ➔ $10 \cdot 10^{-3} < 13{,}5$ SI' → l'integratore funziona OK

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



Problema di sintesi

Progettare un circuito integratore avente le seguenti caratteristiche.	Dati dell'AO	Specifiche di progetto	Quesiti
	V_{CC} = ±15 V_{SAT} = 90% di V_{CC}	INPUT: Onda triangolare simmetrica V_M = 5 f = 100 dc = 0,5 OUTPUT: Successione di parabole V_{OM} = 1	1) Dimensionamento del circuito 2) Corretto funzionamento 3) Rappresentazione grafica 4) Indicare l'intervallo di frequenze in cui il circuito funziona correttamente.

Quesito 1. Dimensionamento del circuito.

1) Relazione I/O indicata dalle specifiche di progetto: $V_{OM} = 0{,}2 \cdot V_M$

2) Relazione I/O offerta dal circuito: $V_{OM} = \dfrac{T}{8 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M$

3) Affinchè il circuito si comporti come indicato dalle specifiche di progetto, le rispettive equazioni devono essere uguali, il che si realizza se i coefficienti corrispondenti sono uguali. Si ottiene così la seguente equazione risolvente: $\dfrac{T}{8 \cdot R_1 \cdot C} = 0{,}2$ risolvendo ➔ $\begin{cases} T = \dfrac{1}{f} = 10 \cdot 10^{-3} & dato \\ C = 1 \cdot 10^{-6} & scelta \\ R_1 = 6{,}25 \cdot 10^3 \end{cases}$

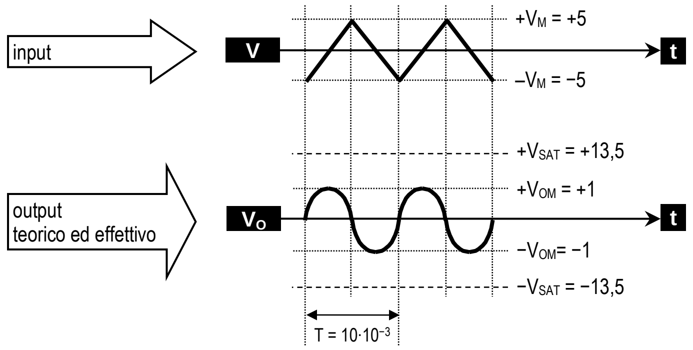
Quesito 2. Corretto funzionamento.

Valutiamo il corretto funzionamento solo in relazione a V_{SAT}.

4) $V_{SAT} = V_{CC} \cdot \dfrac{90}{100}$ $\quad [V_{CC} = 15 dato$ ➔ $V_{SAT} = 13{,}5$

5) $|V_{OM}| < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_{OM} = 1 dato \\ V_{SAT} = 13{,}5 calcolo\ 4 \end{bmatrix}$ ➔ $1 < 13{,}5$ SI' → l'integratore funziona OK

Quesito 3. Rappresentazione grafica.



Quesito 4. Indicare l'intervallo di frequenze in cui il circuito funziona correttamente.

6) $V_{OM} < V_{SAT}$ $\quad \begin{bmatrix} V_{OM} = \dfrac{T}{8 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M & dato \\ V_{SAT} = 13{,}5 & calcolo\ 4 \end{bmatrix}$ ➔ $\dfrac{T}{8 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M < 13{,}5$

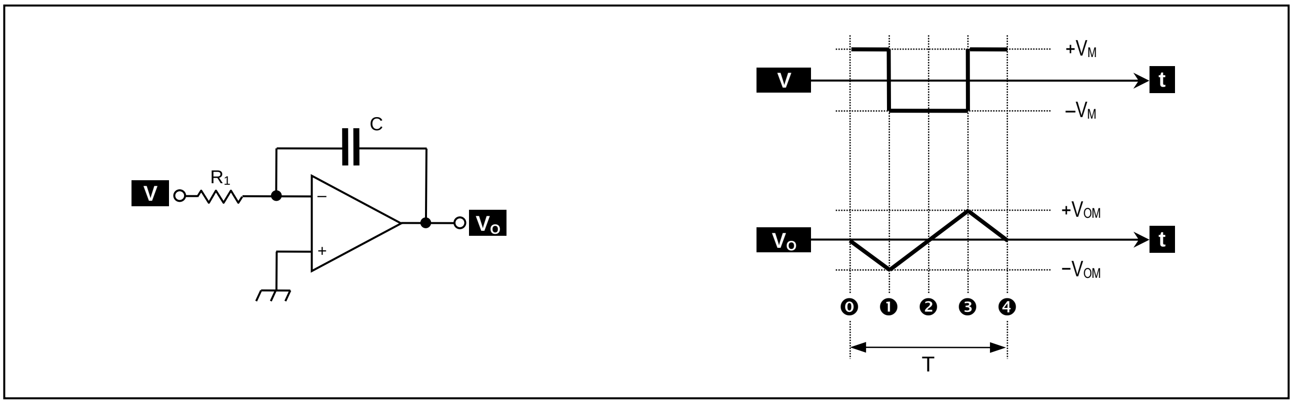
risolvendo in funzione di T si ottiene il seguente risultato:

$\dfrac{T}{8 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M < 13{,}5$ $\quad \begin{bmatrix} V_M = 5 & dato \\ R_1 = 6{,}25 \cdot 10^3 & calcolo\ 3 \\ C = 1 \cdot 10^{-6} & scelta\ 3 \end{bmatrix}$ ➔ $T < 0{,}135$

7) $f = \dfrac{1}{T}$ $\quad [T < 0{,}135 \quad calcolo\ 6$ ➔ $f > 7{,}41$

Dimostrazioni

DIMOSTRAZIONE 1: Circuito integratore con ingresso funzione onda quadra *(pag.35)*



Consideriamo come funzione di ingresso V un'onda quadra simmetrica con periodo T, dc=0,5 e ampiezza V_M. Poichè V può essere pensata come una successione di gradini, di conseguenza la funzione di uscita V_O è formata da una successione di rampe:

- per ogni livello alto, si ha una rampa in discesa,
- per ogni livello basso, si ha una rampa in salita.

Si ottiene pertanto una funzione periodica (onda triangolare simmetria) con valor medio nullo, periodo T (lo stesso della funzione di ingresso) e ampiezza V_{OM} di valore:

$$V_{OM} = \frac{V_M \cdot T}{4 \cdot R_1 C} \ .$$

Dimostrazione

➢ Intervallo ⓿-❶

Questo intervallo ha durata T/4, lo studiamo ponendo l'origine dell'asse delle ascisse nel punto di ascissa ⓿. In tale intervallo la funzione d'ingresso è:

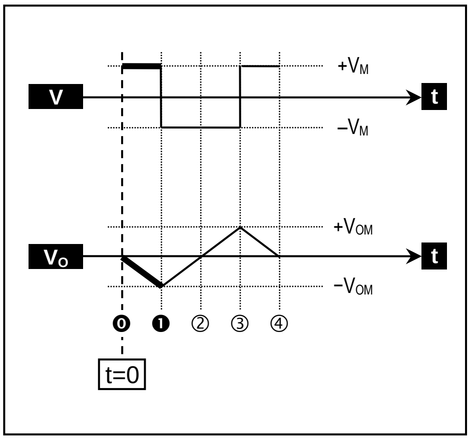
$$V(t) = +V_M \ .$$

Applicando a questo ingresso l'operazione di integrazione effettuata dal circuito, si ottiene la seguente funzione di uscita:

$$V_O(t) \ = \ -\frac{1}{R_1 C} \cdot \int_0^t V(t) \cdot dt \ = \ -\frac{1}{R_1 C} \cdot \int_0^t (V_1) \cdot dt \ .$$

Risolvendo l'integrale si ottiene:

$$V_O(t) \ = \ -\frac{1}{R_1 C} \cdot [V_M \cdot t] + \cos t \ .$$



La costante di integrazione corrisponde al valore della tensione V_O nell'istante iniziale dell'intervallo (ossia t=0, che corrisponde al punto ⓿). Ipotizzando il condensatore in tale istante scarico, questa tensione è 0.

$$V_O(t) = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot [V_M \cdot t] \ .$$

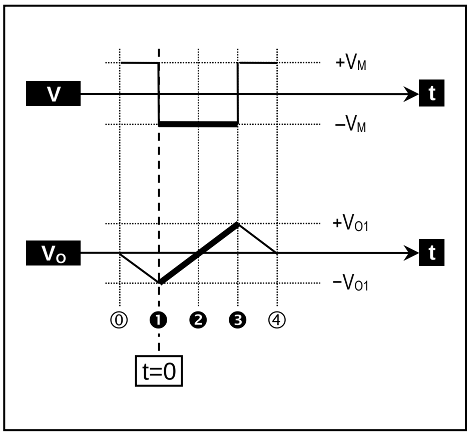
Questa curva è una retta con pendenza negativa avente i seguenti punti notevoli:

	ascissa	ordinata
istante ⓿ ➔	t=0	$V_O = 0$
istante ❶ ➔	t=T/4	$V_O = -\frac{V_M \cdot T}{4 \cdot R_1 \cdot C}$

- <u>Intervallo ❶-❸</u>

Questo intervallo ha durata T/2, lo studiamo ponendo l'origine dell'asse delle ascisse nel punto di ascissa ❶. In tale intervallo l'espressione analitica dell'ingresso è:

$$V(t) \ = \ V_M \ .$$



Applicando a questo ingresso l'operazione di integrazione effettuata dal circuito, si ottiene la seguente funzione di uscita:

$$V_O(t) \ = \ -\frac{1}{R_1C}\cdot\int_0^t V(t)\cdot dt \ = \ -\frac{1}{R_1C}\cdot\int_0^t (-V_M)\cdot dt \ .$$

Risolvendo l'integrale si ottiene:

$$V_O(t) \ = \ -\frac{1}{R_1C}\cdot[-V_1\cdot t]+\cos t \ .$$

La costante di integrazione corrisponde al valore della tensione V_O nell'istante iniziale dell'intervallo (ossia t=0, che corrisponde al punto ❶). In questo istante la tensione $V_O(t)$ vale $V_O(0)=-\frac{V_M\cdot T}{4\cdot R_1C}$ quindi sostituendo si ottiene:

$$V_O(t)=-\frac{1}{R_1C}\cdot[-V_M\cdot t]-\frac{V_1\cdot T}{4\cdot R_1\cdot C} \ .$$

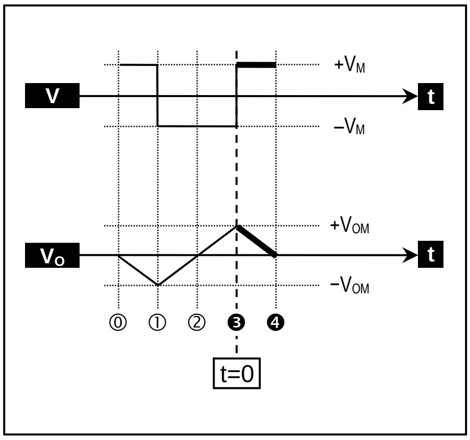
Questa curva è una retta con pendenza positiva avente i seguenti punti notevoli:

	ascissa	ordinata
istante ❶ ➔	t=0	$V_O=-\frac{V_M\cdot T}{4\cdot R_1\cdot C}$
istante ❷ ➔	t=T/4	$V_O=0$
istante ❸ ➔	t=T/2	$V_O=+\frac{V_M\cdot T}{4\cdot R_1\cdot C}$

- <u>Intervallo ❸-❹</u>

Questo intervallo ha durata T/4, lo studiamo ponendo l'origine dell'asse delle ascisse nel punto di ascissa ❸. In tale intervallo l'espressione analitica dell'ingresso è:

$$V(t)=+V_M \ .$$



Applicando a questo ingresso l'operazione di integrazione effettuata dal circuito, si ottiene la seguente funzione di uscita:

$$V_O(t)=-\frac{1}{R_1C}\cdot\int_0^t V(t)\cdot dt=-\frac{1}{R_1C}\cdot\int_0^t V_M\cdot dt \ .$$

Risolvendo l'integrale si ottiene:

$$V_O(t)=-\frac{1}{R_1C}\cdot[V_M\cdot t]+\cos t \ .$$

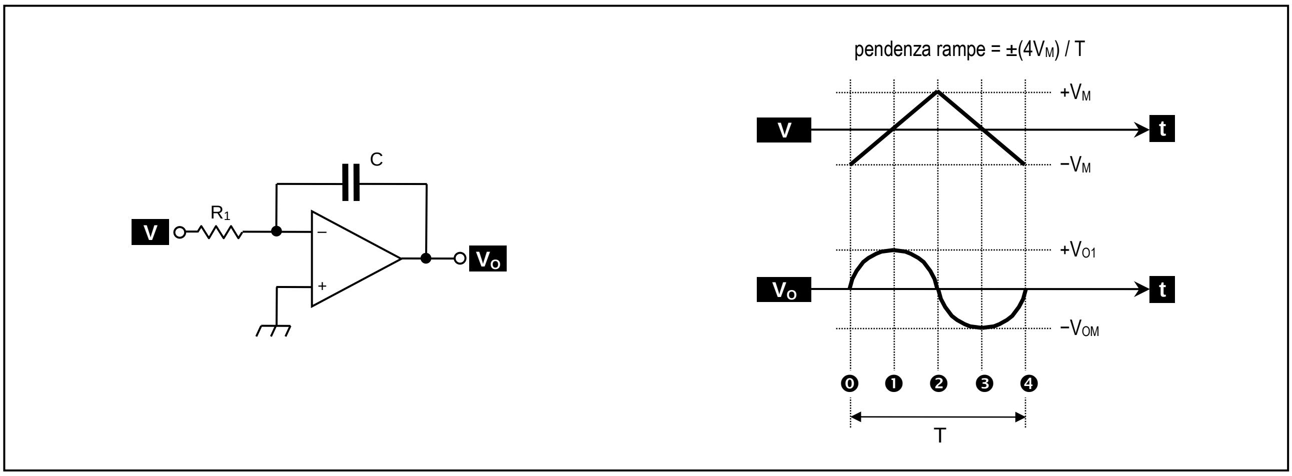
La costante di integrazione corrisponde al valore della tensione V_O nell'istante iniziale dell'intervallo (ossia t=0, che corrisponde al punto ❸). In questo istante la tensione $V_0(t)$ vale $V_O(0)=+\frac{V_M\cdot T}{4\cdot R_1C}$ quindi, sostituendo, si ottiene:

$$V_O(t)=-\frac{1}{R_1C}\cdot[V_M\cdot t]+\frac{V_1\cdot T}{4\cdot R_1C} \ .$$

Questa curva è una retta con pendenza negativa avente i seguenti punti notevoli:

	ascissa	ordinata
istante ❸ ➔	t=0	$V_O=+\frac{V_M\cdot T}{4\cdot R_1C}$
istante ❹ ➔	t=T/4	$V_O=0$

DIMOSTRAZIONE 2: Circuito integratore con ingresso funzione onda triangolare *(pag.36)*



Consideriamo come funzione di ingresso V un'onda triangolare simmetrica con periodo T, dc=0,5 e ampiezza V_M. Poichè la V può essere pensata come una successione di rampe, di conseguenza la funzione di uscita V_O è formata da una successione di archi di parabola:

- per ogni rampa in salita, si ha un arco di parabola con la concavità rivolta verso il basso,
- per ogni rampa in discesa, si ha un arco di parabola con la concavità rivolta verso l'alto.

Si ottiene pertanto una funzione periodica a valor medio nullo, periodo T (lo stesso della funzione di ingresso) e ampiezza V_{O1} di valore:

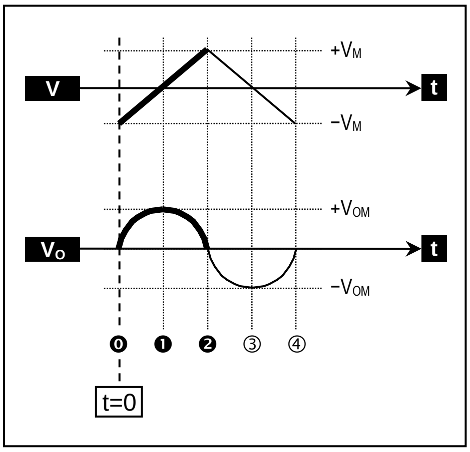
$$V_{OM} = \frac{V_M \cdot T}{8 \cdot R_1 C} \ .$$

Dimostrazione

➢ Intervallo ⓿-❷

Questo intervallo ha durata T/2, lo studiamo ponendo l'origine dell'asse delle ascisse nel punto ⓿. In tale intervallo la funzione d'ingresso è:

$$V(t) = \frac{4V_M}{T} \cdot t - V_M \ .$$



Applicando l'operazione di integrazione effettuata dal circuito, si ottiene la seguente funzione di uscita:

$$V_O(t) = -\frac{1}{R_1 C} \cdot \int_0^t V(t) \cdot dt \quad = -\frac{1}{R_1 C} \cdot \int_0^t \left(\frac{4V_M}{T} \cdot t - V_M \right) \cdot dt \ .$$

Risolvendo l'integrale si ottiene:

$$V_O(t) = -\frac{1}{R_1 C} \cdot \left[\frac{2V_M}{T} \cdot t^2 - V_M \cdot t \right] + \cos t \ .$$

La costante di integrazione corrisponde al valore della tensione $V_O(t)$ nell'istante iniziale dell'intervallo in esame (ossia t=0, che corrisponde al punto ⓿). Ipotizzando il condensatore in tale istante scarico questa tensione è 0, quindi sostituendo si ottiene:

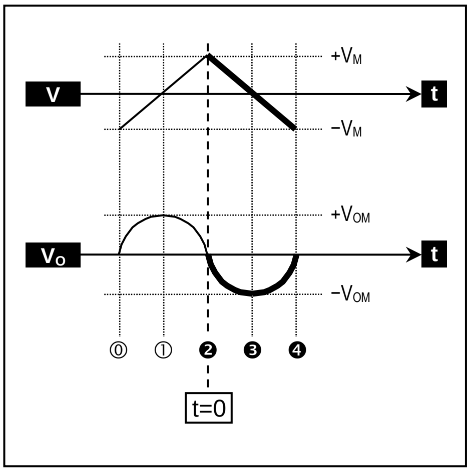
$$V_O(t) = -\frac{1}{R_1 C} \cdot \left[\frac{2V_M}{T} \cdot t^2 - V_M \cdot t \right] \ .$$

Questa curva è una parabola con la concavità rivolta verso il basso avente i seguenti punti notevoli:

	ascissa	ordinata
istante ⓿ ➔	t=0	$V_O = 0$
istante ❶ ➔	t=T/4	$V_{OM} = +\frac{V_M \cdot T}{8 \cdot R_1 C} \quad (vertice)$
istante ❷ ➔	t=T/2	$V_O = 0$

- Intervallo ❷-❹

Questo intervallo ha durata T/2, lo studiamo ponendo l'origine dell'asse delle ascisse nel punto ❷. In tale intervallo la funzione d'ingresso è:



$$V(t) = -\frac{4V_M}{T} \cdot t + V_M \ .$$

Applicando l'operazione di integrazione effettuata dal circuito, si ottiene la seguente funzione di uscita:

$$V_O(t) = -\frac{1}{R_1 C} \cdot \int_0^t V(t) \cdot dt \quad = -\frac{1}{R_1 C} \cdot \int_0^t \left(-\frac{4V_M}{T} \cdot t + V_M\right) \cdot dt \ .$$

Risolvendo l'integrale si ottiene:

$$V_O(t) = -\frac{1}{R_1 C} \cdot \left[-\frac{2V_M}{T} \cdot t^2 + V_M \cdot t\right] + \cos t \ .$$

La costante di integrazione corrisponde al valore della tensione $V_O(t)$ nell'istante iniziale dell'intervallo in esame (ossia t=0, che corrisponde al punto ❷). In questo istante questa tensione è 0, quindi sostituendo si ottiene:

$$V_O(t) = -\frac{1}{R_1 C} \cdot \left[-\frac{2V_M}{T} \cdot t^2 + V_M \cdot t\right] \ .$$

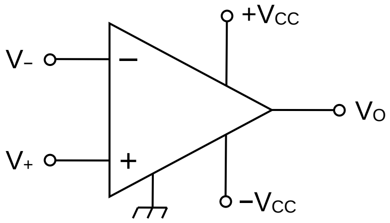
Questa curva è una parabola con la concavità rivolta verso l'alto avente i seguenti punti notevoli:

	ascissa	ordinata
istante ❷ ➔	t=0	$V_O = 0$
istante ❸ ➔	t=T/4	$V_{OM} = -\frac{V_M \cdot T}{8 \cdot R_1 C} \quad (vertice)$
istante ❹ ➔	t=T/2	$V_O = 0$

Quadri riassuntivi

Amplificatore operazionale ideale

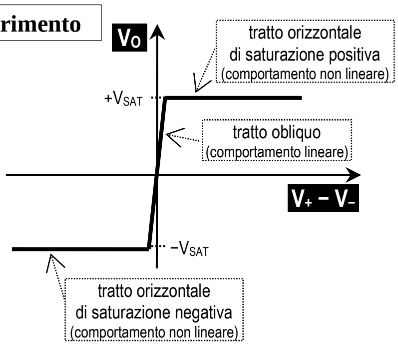
Simbolo e nomenclatura



V_- ....Tensione applicata all'ingresso invertente
V_+ ....Tensione applicata all'ingresso non invertente
V_O.........Tensione fornita dall'uscita
$+V_{CC}$.....Alimentazione positiva
$-V_{CC}$.....Alimentazione negativa

Proprietà elettriche

Caratteristica di trasferimento

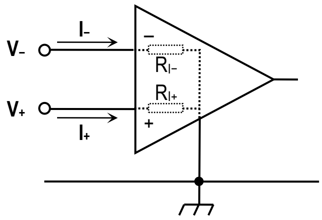


- Nel tratto obliquo (comportamento lineare)
  $V_O = A \cdot (V_+ - V_-)$ con $A \to \infty$
  Da ciò segue che:
  nel funzionamento lineare si ha $V_+ = V_-$ (massa virtuale)
- Nei due tratti orizzontali (comportamento non lineare)
  $|V_O| = \pm V_{SAT}$ con V_{SAT}= 80÷90% di V_{CC} (indicato sui data-sheet)

Resistenza di ingresso infinita

Si ha: $R_{I-} \to \infty$ e $R_{I+} \to \infty$.

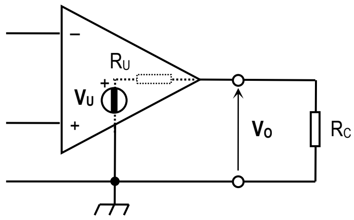
Da ciò segue che:
- $I_- = 0$, $I_+ = 0$ indipendentemente da V_+ e V_-



Resistenza di uscita zero

Si ha: $R_U = 0$.

Da ciò segue che:
- $V_O = V_U$ indipendentemente da R_C



Banda passante infinita

Si ha: banda passante dell'AO → ∞.

Da ciò segue che:
- La risposta ai segnali sinusoidali è priva di effetti reattivi, quindi è sempre la stessa indipendentemente dalla frequenza.

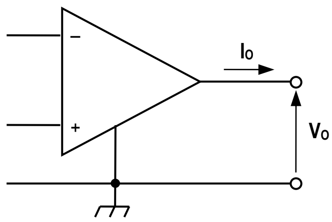
Limiti di funzionamento

Limite sulla tensione di uscita

- Nel tratto obliquo (comportamento lineare)
  $|V_O| < V_{SAT}$
- Nei due tratti orizzontali (comportamento non lineare)
  $|V_O| = V_{SAT}$

Limite sulla corrente di uscita

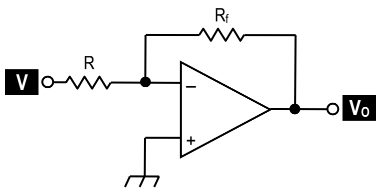
La corrente di uscita I_O di un AO può essere sia positiva che negativa. Il suo modulo deve essere sempre minore di un valore massimo indicato nei data-sheet. In formule:
$|I_O| < I_{O\_MAX}$ (dove I_{O_MAX} è indicato nei data-sheet).



Le applicazioni lineari dell'amplificatore operazionale

Amplificatore

Invertente



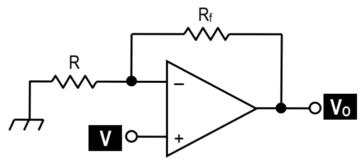
Relazione ingresso-uscita

$V_O = -\frac{R_f}{R} \cdot V$

Corretto funzionamento

$|V_O| < V_{SAT} \qquad |I_O| < I_{O\_MAX}$

Non invertente



Relazione ingresso-uscita

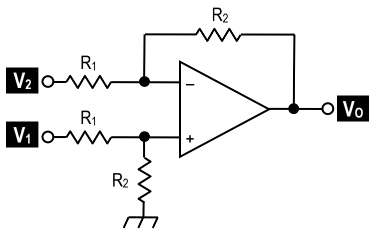
$V_O = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \cdot V$

Corretto funzionamento

$|V_O| < V_{SAT} \qquad |I_O| < I_{O\_MAX}$

Amplificatore differenziale

Standard



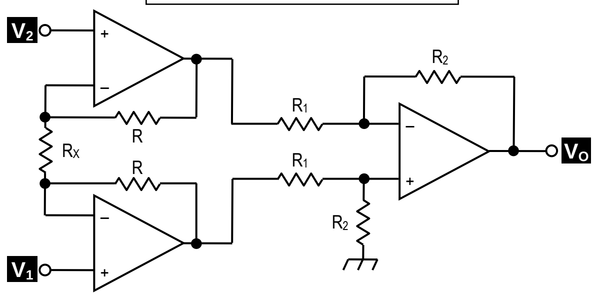
Relazione ingresso-uscita

$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_1 - V_2)$

Corretto funzionamento

$|V_O| < V_{SAT} \qquad |I_O| < I_{O\_MAX}$

Per strumentazione



Relazione ingresso-uscita

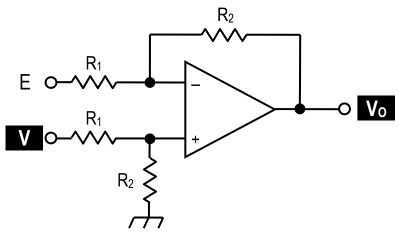
$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{2R}{R_X}\right) \cdot (V_1 - V_2)$

Corretto funzionamento

$|V_O| < V_{SAT} \qquad |I_O| < I_{O\_MAX}$

Traslatore di tensione

Diretto



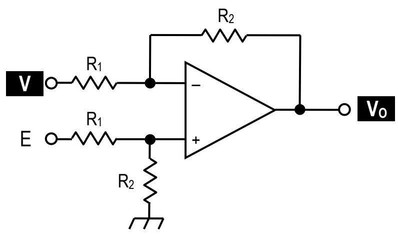
Relazione ingresso-uscita

$V_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot V - \frac{R_2}{R_1} \cdot E$

Corretto funzionamento

$|V_O| < V_{SAT} \qquad |I_O| < I_{O\_MAX}$

Inverso



Relazione ingresso-uscita

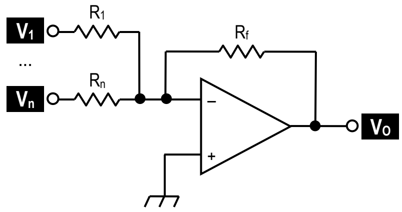
$V_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V + \frac{R_2}{R_1} \cdot E$

Corretto funzionamento

$|V_O| < V_{SAT} \qquad |I_O| < I_{O\_MAX}$

Sommatore

Invertente



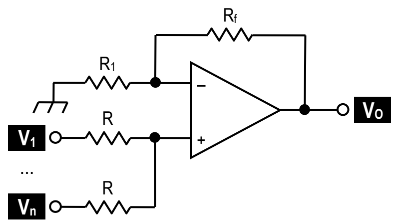
Relazione ingresso-uscita

$V_O = -\frac{R_f}{R_1} \cdot V_1 \ \dots \ -\frac{R_f}{R_n} \cdot V_n$

Corretto funzionamento

$|V_O| < V_{SAT} \qquad |I_O| < I_{O\_MAX}$

Non invertente



Relazione ingresso-uscita

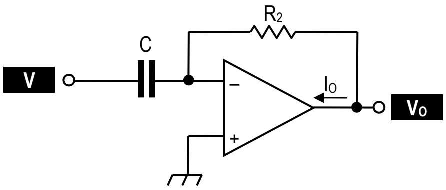
$V_O = \frac{1}{n} \cdot \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \cdot (V_1 + \ldots + V_n)$

Corretto funzionamento

$|V_O| < V_{SAT} \qquad |I_O| < I_{O\_MAX}$

Derivatore

Derivatore standard

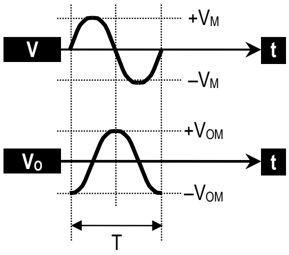


Corretto funzionamento: $|V_O| < V_{SAT}$; $|I_O| < I_{O\_MAX}$

Studio nel dominio del tempo

Relazione ingresso-uscita: $V_O = -R_2 \cdot C \cdot \frac{dV}{dt}$

Risposta a onda sinusoidale

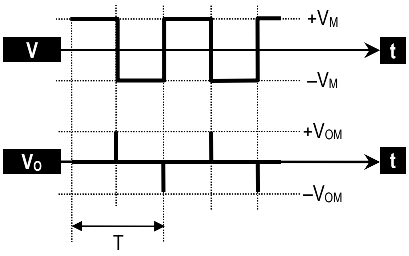


$V = V_M\, sen(\omega t)$

$V_O = -R_2 \cdot C \cdot V_M \cdot \omega \cdot cos(\omega t)$

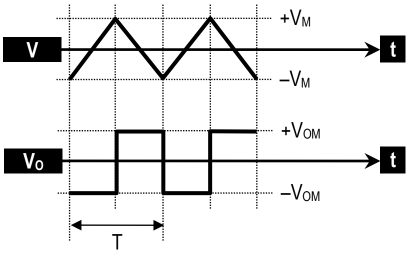
$[\, V_{OM} = R_2 \cdot C \cdot V_M \cdot \omega \,]$

Risposta a onda quadra simmetrica con dc=0,5



$V_{OM} = V_{SAT}$

Risposta a onda triangolare simmetrica con dc=0,5

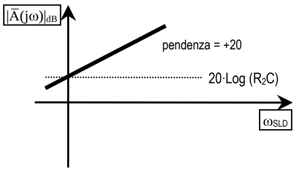


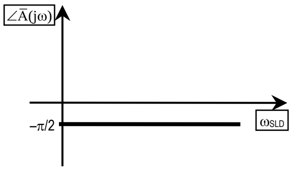
$V_{OM} = \frac{4 \cdot R_2 \cdot C}{T} \cdot V_M$

Studio nel dominio della frequenza

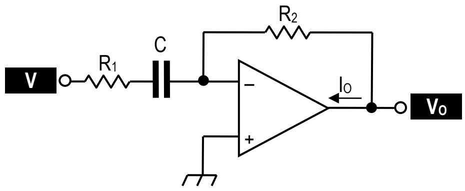
Relazione ingresso-uscita: $\overline{V}_O = (-j\omega \cdot R_2 \cdot C) \cdot \overline{V}$

Funzione di trasferimento: $\overline{A}(j\omega) = -j\omega \cdot R_2 \cdot C$





Derivatore limitato



Corretto funzionamento: $|V_O| < V_{SAT}$; $|I_O| < I_{O\_MAX}$

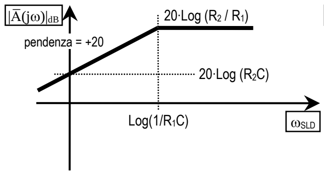
Studio nel dominio del tempo

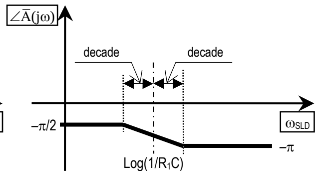
Studio non effettuato

Studio nel dominio della frequenza

Relazione ingresso-uscita: $\overline{V}_O = -\frac{j\omega \cdot R_2 C}{1 + j\omega \cdot R_1 C} \cdot \overline{V}$

Funzione di trasferimento: $\overline{A}(j\omega) = -\frac{j\omega \cdot R_2 C}{1 + j\omega \cdot R_1 C}$



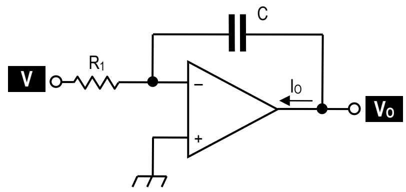


Note

- Il derivatore limitato si comporta come un filtro passa-alto.
- Alle pulsazioni che soddisfano la condizione $\omega < (\omega_t / 10)$ il derivatore limitato si comporta come un derivatore standard

Integratore

Integratore standard

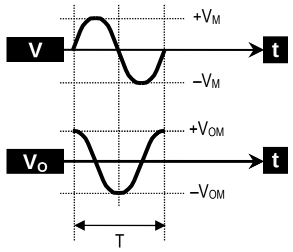


Corretto funzionamento: $|V_O| < V_{SAT}$; $|I_O| < I_{O\_MAX}$

Studio nel dominio del tempo

Relazione ingresso-uscita: $V_O = -\frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot \int V \cdot dt$

Risposta a onda sinusoidale

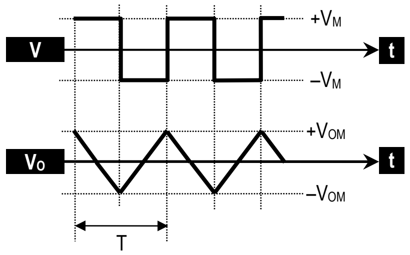


$V = V_M \cdot sen(\omega t)$

$V_O = \frac{V_M}{\omega \cdot R_1 C} \cdot cos(\omega t)$

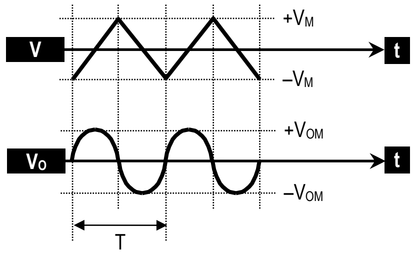
$\left[V_{OM} = \frac{V_M}{\omega \cdot R_1 \cdot C}\right]$

Risposta a onda quadra simmetrica con dc=0,5



$V_{OM} = \frac{T}{4 \cdot R_1 \cdot C} \cdot V_M$

Risposta a onda triangolare simmetrica con dc=0,5



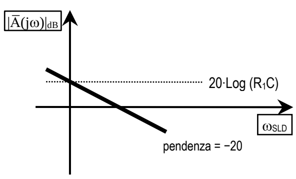
archi di parabola

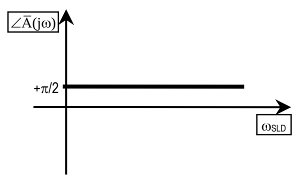
$V_{OM} = \frac{T}{8 \cdot R_1 \cdot C}$

Studio nel dominio della frequenza

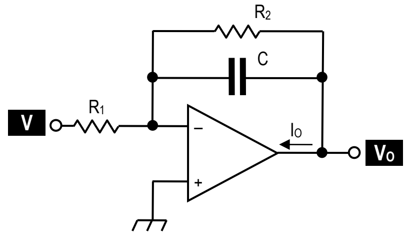
Relazione ingresso-uscita: $\overline{V}_O = -\frac{1}{j\omega \cdot R_1 C} \cdot \overline{V}$

Funzione di trasferimento: $\overline{A}(j\omega) = -\frac{1}{j\omega \cdot R_1 C}$





Integratore limitato



Corretto funzionamento: $|V_O| < V_{SAT}$; $|I_O| < I_{O\_MAX}$

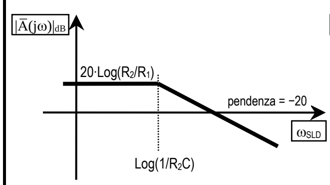
Studio nel dominio del tempo

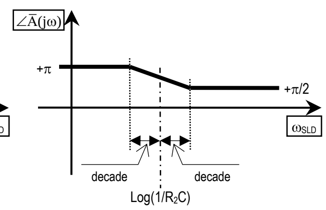
Studio non effettuato

Studio nel dominio della frequenza

Relazione ingresso-uscita: $\overline{V}_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \cdot R_2 C} \cdot \overline{V}$

Funzione di trasferimento: $\overline{A}(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \cdot R_2 C}$





Note

- L'integratore limitato si comporta come un filtro passa-basso.
- Alle pulsazioni che soddisfano la condizione $\omega > (\omega_t \cdot 10)$ l'integratore limitato si comporta come un integratore standard.